Częstotliwość sygnału kalibracyjnego a jakość kalibracji precyzyjnego przetwornika czasowo-cyfrowego

Streszczenie. Przedstawiono metodę kalibracji precyzyjnych konwerterów czasowo-cyfrowych opartą na statystycznym teście gęstości kodu. Opisano podstawy teoretyczne metody wraz z analizą wpływu częstotliwości sygnału kalibracyjnego na proces kalibracji. Wskazano czynniki warunkujące wysoką jakość kalibracji. Przeprowadzono weryfikację eksperymentalną metody z zastosowaniem scalonego interpolacyjnego licznika czasu. Głównym rezultatem pracy jest określenie dozwolonych oraz niedozwolonych wartości częstotliwości sygnału kalibracyjnego.

Abstract. A calibration method of precise time-to-digital converters, involving the statistical code density test, is presented. The theory is described, including the analysis of the impact of calibration signal frequency on the quality of the converter calibration process. The deciding factors in this context are listed. The method has been experimentally verified with the use of an integrated interpolation time counter. The main results of this work include allowed and not allowed values of calibration signal frequency that prove the analysis. (The frequency of calibration signal vs. the quality of calibration of a precise time-to-digital converter).

Słowa kluczowe: precyzyjna metrologia czasu, metody kalibracji, interpolacyjny licznik czasu, układ FPGA **Keywords**: precise time metrology, calibration methods, interpolation time counter, FPGA device

Wstęp

Kalibracja przyrządu pomiarowego jest jednym z etapów jego działania, zasadniczych w kontekście jakości procesu pomiarowego. Współcześnie jej procedura jest realizowana automatycznie, z reguły bezpośrednio po uruchomieniu miernika. Dotyczy to między innymi liczników czasu o pikosekundowej precyzji, które wymagają wysoce precyzyjnej identyfikacji charakterystyk przetwarzania występujących w nich konwerterów czasowo-cyfrowych (KCC) [1-6]. Istnieje kilka metod identyfikacji tych charakterystyk: począwszy od żmudnych i czasochłonnych, korzystających z inkrementacyjnej identyfikacji przedziałów kwantowania, przy zastosowaniu referencyjnego generatora odcinków czasu, skończywszy na szybszych, których wyniki przetworzenia. wymagają statystycznego 7 racii stosunkowo dużych możliwości mikroprocesorowych systemów sterowania, typowo wbudowanych w licznikach użytek znajdują te ostatnie. czasu, powszechny Najdokładniejsza z nich jest metoda statystycznego testu gęstości kodu (ang. statistical code density test - SCDT [7]), polegająca na pomiarze, przez kalibrowany KCC, względnie licznego zbioru odcinków czasu o przypadkowych wartościach, które pochodzą z jego zakresu pomiarowego. Metoda ta, prosta w implementacji, nie potrzebuje złożonych rozwiązań układowych i można ją stosować w szerokiej klasie układów programowalnych. Co więcej, układy wielokanałowe można skonfigurować tak, aby nie przerywać sesji pomiarowej na czas kalibracji [8]. Zasadniczym ograniczeniem metody jest jej stosowalność tylko w ściśle określonych warunkach i wynikająca stąd potrzeba identyfikacji tych warunków w celu uzyskania wiarygodnych wyników kalibracji. Artykuł ten dotyczy problemu określania prawidłowych warunków przeprowadzania testu SCDT.

Istota kalibracji

Problematyka

Istota wytwarzania mierzonych odcinków czasu dla testu *SCDT* jest przedstawiona na rysunku 1. Do jego wykonania stosowane są dwa ciągłe sygnały asynchroniczne, których zbocza narastające wyznaczają początki oraz końce tych odcinków. Ich czasy trwania oznaczane są jako t(i), z czego i = 1, 2, ... to numer porządkowy. W sytuacji idealnej, kiedy na KCC nie oddziałują czynniki zewnętrzne, w szczególności zmiany temperatury otoczenia i napięcia zasilania, wartości mierzonych odcinków czasu mają rozkład równomierny.

Jednak, w praktyce, wartości te są określone superpozycją rozkładów normalnych, która implikuje odmienne szerokości przedziałów charakterystyk przetwarzania KCC, a w efekcie nieliniowość tych charakterystyk, z pogorszoną jakością ich identyfikacji i w ostateczności znacznym błędem konwersji. W celu minimalizacji tego błędu, konieczne jest uzyskanie dostatecznie liniowych charakterystyk KCC oraz wierna ich identyfikacja w procesie kalibracji. Tak jest w przypadku metody kalibracji opartej na teście SCDT, w której poprzez dobór wartości częstotliwości sygnałów następuje zamiana wspomnianej superpozycji na rozkład możliwie bliski rozkładowi równomiernemu. Wartość ta jest odpowiednio dobierana dla jednego z sygnałów, podczas gdy dla drugiego pozostaje stała. W ogólności każdy KCC z liniami kodującymi o wartości rozdzielczości $\Delta \tau \in R^+$, tzn. o średniej wartości czasu propagacji pojedynczego elementu tych linii, może być kalibrowany z użyciem analizowanej metody.



Rys.1. Istota metody kalibracji opartej na statystycznym teście gęstości kodu SCDT

Sygnały kalibracyjne

W analizowanej metodzie kalibracji stosowane są dwa sygnały okresowe. Pierwszym z nich jest zegar referencyjny CLK o wartości okresu $T_{CLK} \in R^+$, związanej z nią wartości częstotliwości $f_{CLK} = (1/T_{CLK}) \in R^+$, oraz o wartości rozmycia czasowego zboczy $\sigma_{CLK} \equiv 0$ i wartości jittera okresu $\Delta T_{CLK} \equiv 0$. Zatem jest to sygnał generowany przez referencyjne źródło częstotliwości, na przykład zegar rubidowy. Drugim sygnałem jest sygnał kalibracyjny CAL o okresie $T_{CLL} \in R^+$, różnym od T_{CLK} i wynikającej z niego częstotliwości $f_{CAL} = (1/T_{CAL}) \in R^+$, o określonym rozmyciu czasowym zboczy $\sigma_{CAL} \in R^+$ oraz zadanym jitterze okresu $\Delta T_{CAL} \in R^+$. Sens tego jittera wyraża się w przedziale wartości *y* będącej odchyloną od T_{CAL} wartością okresu sygnału CAL, o zależności:

(1)
$$T_{CAL} - \frac{\Delta T_{CAL}}{2} < y < T_{CAL} + \frac{\Delta T_{CAL}}{2}$$

Z uwagi na zakładaną reakcję układów na narastające zbocza sygnałów (patrz rys. 1), sygnały te mogą być interpretowane jako ciągi impulsów, natomiast częstość występowania tych impulsów w zadanej jednostce czasu (z zasady jest nią sekunda) jest reprezentowana adekwatnymi liczbami. Przyjmując $t \in R^+$ jako jednostkę czasu, $a \in N^+$ jako liczbę impulsów sygnału CAL, i $b \in N^+$ jako liczbę impulsów sygnału CLK, otrzymujemy $T_{CAL} = (t/a) \in R^+$ oraz $T_{CLK} = (t/b) \in R^+$, przy a < b. W rezultacie:

$$(2) T_{CAL} > T_{CLK}$$

czyli uwzględniając częstotliwości sygnału CAL i CLK:

(3)
$$\frac{1}{f_{CAL}} > \frac{1}{f_{CLK}} \rightarrow f_{CAL} < f_{CLK}$$

Wyrażenia (2-3) stanowią zasadniczą własność rozważanej metody kalibracji. Dalsza analiza tej metody jest oparta o tę własność.

Parametry kalibracji

W opisywanej metodzie kalibracja jest przeprowadzana z maksymalną wartością błędu określenia wartości odcinka czasu $\varepsilon \in R^+ \cup \{0\}$, o relacji:

$$(4) \qquad \qquad \varepsilon < \Delta \tau$$

Na podstawie zależności (3) błąd ten nie może przekraczać $\Delta \tau$. W przeciwnym razie opisywana metoda traci sens. Ponadto brana jest pod uwagę maksymalna wartość błędu względnego określenia wartości odcinka czasu $V_{MAX} \in R^+ \cup U\{0\}$, o zależności ([9]):

(5)
$$V_{MAX} = \frac{\varepsilon}{\Delta \tau} < 1$$

Wreszcie metodę definiuje zadana liczba próbek $L \in N^+$, tzn. liczba odcinków czasu zmierzonych podczas kalibracji. Stąd jedna próbka to wartość jednego takiego odcinka. Zgodnie z [9] liczba ta wynosi:

(6)
$$L = ceil\left[\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{T_{CLK}}{\varepsilon} = \frac{1}{f_{CLK} \cdot \varepsilon}\right)^2\right]$$

gdzie ceil to operator zaokrąglania liczby rzeczywistej w górę.

Próbki kalibracyjne (odcinki czasu)

Wspomniane próbki (odcinki czasu) są wyznaczane od zbocza narastającego sygnału CAL do najbliższego zbocza narastającego sygnału CLK. Co więcej, zawierają się one tylko w podanej kolejności sygnałów. Wobec tego początek kalibracji jest zdefiniowany sygnałem CAL. Na podstawie rysunku 1, każdą próbkę kalibracyjną można wyrazić jako odcinek o czasie trwania *t*(*i*) określony wzorem:

(7)
$$t(i) = T_{CLK} - \left[(i-1) \cdot T_{CAL} + P_0 \right] \mod T_{CLK} =$$
$$= \frac{1}{f_{CLK}} - \left[(i-1) \cdot \frac{1}{f_{CAL}} + P_0 \right] \mod \frac{1}{f_{CLK}}$$

gdzie i = 1, 2, ...N to numer próbki, a P_{θ} to stałe przesunięcie zboczy narastających sygnałów CAL oraz CLK na początku procesu kalibracji (rys.1). Ponadto na mocy wzoru (2) okres sygnału CAL można opisać iloczynem okresu sygnału CLK oraz sumy liczby $K \in C^+$ i wartości ułamkowej δ , postaci:

(8)
$$T_{CAL} = (K + \delta) \cdot T_{CLK} \rightarrow f_{CLK} = (K + \delta) \cdot f_{CAL}$$

gdzie:

(9)
$$0 \le \delta = \frac{n}{m} < 1 \rightarrow n < m$$

z czego $n \in C^+ \cup \{0\}$ i $m \in C^+$ to liczby względnie pierwsze. Ostatecznie podstawiając wzór (8) do (7) otrzymujemy:

10)
$$t(i) = T_{CLK} - \lfloor (i-1) \cdot \delta \cdot T_{CLK} + P_0 \rfloor \mod T_{CLK} =$$
$$= \frac{1}{f_{CLK}} - \left[(i-1) \cdot \delta \cdot \frac{1}{f_{CLK}} + P_0 \right] \mod \frac{1}{f_{CLK}}$$

dla wartości *i* jak w zależności (7). W konsekwencji jedynie δ definiuje *t(i)*. Natomiast przyjmując, że $c = (i - 1) \cdot (\delta \cdot T_{CLK}) = 1/f_{CLK}$, $d = c + P_0$ oraz $e = d \mod (T_{CLK} = 1/f_{CLK})$:

(11)
$$t(i) = \left(T_{CLK} = \frac{1}{f_{CLK}}\right) - e$$

Ponieważ z zasady t(i) jest dodatnie, jego wartości muszą pochodzić z przedziału [0 ; T_{CLK}]. Wobec tego:

(12)
$$t(i) = 0 \rightarrow e = T_{CLK} = \frac{1}{f_{CLK}}$$

oraz:

(13)
$$t(i) = T_{CLK} = \frac{1}{f_{CLK}} \rightarrow e = 0$$

Jednak tylko zależność (13) jest prawdziwa, tzn. tylko w jej przypadku istnieje rozwiązanie względem wartości *e* zadane przez:

(14)
$$d = \left(x \cdot T_{CLK} = \frac{x}{f_{CLK}}\right)$$

gdzie $x \in C$. W związku z tym $e \in [0; T_{CLK} = 1/f_{CLK})$, a przez to $t(i) \in (0; T_{CLK} = 1/f_{CLK}]$. Dodatkowo dla t(i) bliskich zeru i wynikającego stąd $e \approx T_{CLK} = 1/f_{CLK}$, dla wartości x ze wzoru (14):

(15)
$$d \approx \left(x \cdot T_{CLK} = \frac{x}{f_{CLK}}\right)$$

Zatem $d \in R$. Oprócz tego $c \in R^+ \cup \{0\}$, przez wzgląd na wzór tej wielkości. Ostatecznie $P_0 \in R$. Jednak dla prostoty można ograniczyć się do dodatniego zakresu tej wartości i przyjąć $P_0 \in R^+ \cup \{0\}$. Wtedy $d \in R^+ \cup \{0\}$. Wreszcie po podstawieniu argumentu $i+x \cdot m$ do wzoru (10), przy wartości x z wyrażenia (14):

$$(16) t(i+x \cdot m) = t(i)$$

W oparciu o wzór (16) czasy trwania odcinków są okresowe i istnieje m ich wariantów. Inaczej mówiąc, to czasy zadane rozkładem równomiernym o zależności:

$$(17) p[t(i)] = \frac{1}{m}$$

dla wartości *i* z wyrażenia (7). Przez wzgląd na ten rozkład, warianty to kolejne wartości tych czasów. Natomiast liczba próbek kalibracyjnych na jeden wariant jest równa, na mocy wyrażenia (16):

(18)
$$floor\left(\frac{L}{m}\right) \lor floor\left(\frac{L}{m}+1\right)$$

przy czym *floor* to operator zaokrąglania liczby rzeczywistej w dół.

Częstotliwości przebiegu kalibracyjnego

Wzór (17) jest słuszny jedynie wobec braku czynników zewnętrznych wpływających na KCC. W ogólności nie jest to prawdą, i czasy trwania odcinków są inne od określonych poprzednio wariantów. Ściślej, są one zadane m rozkładami normalnymi, których środki definiują te warianty. Rozkłady te są względem siebie sąsiadujące i są oddalone od siebie o wartość kroku Δt równą:

(19)
$$\Delta t = \frac{T_{CLK}}{m} = \frac{1}{f_{CLK} \cdot m}$$

Dla dużych wartości *m* krok ten staje się mniejszy, przez co odległość między rozkładami również staje się mniejsza. I na odwrót - mniejsza wartość *m* to większa ta odległość. W rezultacie wspomniane rozkłady tworzą superpozycję, która zbiega do rozkładu równomiernego tym bardziej im Δt jest mniejsze. To prowadzi do przywołanej na wstępie zamiany superpozycji na rozkład możliwie bliski równomiernemu. Wymaga się przy tym, aby krok Δt był mniejszy bądź równy sumie σ_{CLK} i σ_{CAL} ([9]). Ponieważ $\sigma_{CLK} \equiv 0$, więc wymóg ten sprowadza się do $\Delta t \leq \sigma_{CAL}$. Wobec tego:

(20)
$$\left(\frac{T_{CLK}}{m} = \Delta t\right) \le \sigma_{CAL} \rightarrow m \ge \left(G = \frac{T_{CLK}}{\sigma_{CAL}} = \frac{1}{f_{CLK} \cdot \sigma_{CAL}}\right)$$

gdzie G to najmniejsza wartość m spełniająca przytoczony wymóg. Ponadto, na podstawie zależności (9) i (20), można stwierdzić, że:

(21)
$$\delta \neq \frac{n}{m} \Leftrightarrow 0 \le n < m \le G$$

Z kolei na podstawie [9], uwzględniając wzór (1), (5) i (6):

(22)
$$\left(\delta_1 = \frac{n_1}{m_1} \right) + \frac{1}{V_{MAX} \cdot m_1 \cdot N} < \delta - \left(\frac{\Delta T_{CAL}}{2 \cdot T_{CLK}} = \frac{\Delta T_{CAL} \cdot f_{CLK}}{2} \right)$$

(23)
$$\delta + \left(\frac{\Delta T_{CAL}}{2 \cdot T_{CLK}} = \frac{\Delta T_{CAL} \cdot f_{CLK}}{2}\right) < \left(\delta_2 = \frac{n_2}{m_2}\right) - \frac{1}{V_{MAX} \cdot m_2 \cdot N}$$

z czego δ_l i δ_2 to wartości ułamkowe sąsiadujące względem wartości ułamkowej δ . Jak można zauważyć, nie wszystkie wartości δ mogą zostać użyte i obecna w zależności (3) nierówność musi być jeszcze uzupełniona o zależności (20-23). Należy zatem stosować takie wartości f_{CLL} i f_{CLK} , aby uwzględniały wartości ułamkowe δ charakteryzowane dużą wartością *m*. Jak wskazano, to przez ostatnią wartość kroku Δt . staje się mniejsza.

Tabela 1. Przykładowe wartości f_{CAL} dla f_{CLK} = 250 MHz, L = 1024, V_{MAX} = 10% i ΔT_{CAL} = 0, przy G = 200 (wartości zaokrąglone dla czytelności)

Dozwolone wartości f _{CAL} [MHz]				
4,1665	6,0974	9,9994	11,9042	12,4993
13,1568	15,6243	20,8317	24,9916	41,6625
Niedozwolone wartości f_{CAL} [MHz]				
3,3241	5,5193	7,7953	9,9712	11,8279
14,3678	25,0000	30,8441	41,6666	74,7282

W tabeli 1 przedstawiono przykładowe dozwolone oraz niedozwolone wartości f_{CAL} . Wartości te ustalono na drodze symulacji dla stałych wartości f_{CLK} oraz parametrów, które wskazano w podrozdziale im poświęconym, uwzględniwszy wzory (3), (8) i (9) oraz (20)-(23). Przedstawiona wartość *G* wynika z wartości f_{CLK} i wartości rozmycia zboczy sygnałów z użytego generatora odcinków czasu. Natomiast wartość *L* zależy od parametrów wymienionego dalej licznika czasu.

Stanowisko pomiarowe

Pokazane w tabeli 1 wartości poddano praktycznej weryfikacji. Dla jej realizacji zastosowano stanowisko, które obejmuje precyzyjny interpolacyjny licznik czasu T3200U (Piktime Systems) [10] oraz wysoce stabilny generator odcinków czasu TIG101 (WAT) [11, 12], o wartości rozmycia czasowego zboczy równej 20 ps. Pierwszy to obiekt kalibrowany. Drugi to źródło sygnału kalibracyjnego, którego częstotliwość jest regulowana. Sam zegar jest wytwarzany w liczniku, przez przestrajany napięciowo i kompensowany temperaturowo oscylator kwarcowy (VCTCXO) o częstotliwości 10 MHz (IQD) zwielokrotnianej przez syntezer Si5325 (SiLabs) do wartości 250 MHz. Częstotliwość tą zastosowano zarówno do symulacji (tab.1), jak i weryfikacji eksperymentalnej.



Rys.2. Stanowisko zastosowane do weryfikacji eksperymentalnej wartości częstotliwości pokazane w tabeli 1

Wyniki badań

W trakcie weryfikacji zebrano po 1024 próbki na każdą wartość z tabeli 1 (zatem L = 1024). Na ich podstawie wyznaczono histogramy reprezentujące konkretne rozkłady prawdopodobieństwa, które przedstawiono na rysunkach 3-6, z wartościami f_{CAL} oraz K i δ . Dwa pierwsze histogramy dotyczą dozwolonych wartości częstotliwości sygnału CAL, podczas gdy pozostałe jej wartości niedozwolonych.

Uzyskane wyniki dowodzą poprawności użytej metody kalibracji. Ściślej, dla dozwolonych wartości f_{CAL} osiągany jest rozkład zbliżony do rozkładu równomiernego, wliczając nierównomierności przedziałów kwantowania scalonego [13]. konwertera czasowo-cyfrowego kolei Ζ dla niedozwolonych wartości częstotliwości f_{CAL} wyraźnie widoczne są przedziały dominujące o szerokościach dużo większych od szerokości średniej. Zaobserwowane pokrycie w nierównomierności znajdują wartościach odchyleń standardowych szerokości przedziałów KCC, mniejszych dla częstotliwości kwantowania dozwolonych (ok. 7 ps) niż niedozwolonych (powyżej 10 ps). Zgodnie z zależnością (6) ε = 88,39 ps.



Rys.3. Histogram dla dozwolonej wartości f_{CAL} = 9,9994 MHz (odchylenie standardowe = 7,140 ps)



Rys.4. Histogram dla dozwolonej wartości f_{CAL} = 20,8317 MHz (odchylenie standardowe = 7,113 ps)



Rys.5. Histogram dla niedozwolonej wartości f_{C4L} = 7,7953 MHz (odchylenie standardowe = 12,702 ps)



Rys.6. Histogram dla niedozwolonej wartości f_{CAL} = 30,8441 MHz (odchylenie standardowe = 10,671 ps)

Wnioski

W artykule przedstawiono metodę kalibracji bazującą na statystycznym teście gęstości kodu (SCDT). Wyznaczono i praktycznie zweryfikowano dozwolone oraz niedozwolone wartości częstotliwości sygnału kalibracyjnego. Weryfikacji tej dokonano dla precyzyjnego, interpolacyjnego licznika czasu. Otrzymane rezultaty potwierdzają istotność wpływu wartości ułamkowej δ na jakość kalibracji konwerterów czasowo-cyfrowych (KCC). Zastosowanym kryterium są szerokości przedziałów dominujących dla niedozwolonych wartości rozmycia czasowego zboczy, natomiast większego podobieństwa rozkładów, które otrzymano dla dozwolonych wartości f_{CAL} , do rozkładu równomiernego należy oczekiwać dla większej wartości *L*.

Praca sfinansowana przez Wojskową Akademię Techniczną w Warszawie, w ramach projektu badawczego UGB nr 726.

Autor:: mgr inż. Jakub Tyburski, Wojskowa Akademia Techniczna, Wydział Elektroniki, ul. gen. Sylwestra Kaliskiego 2, 00-908 Warszawa, e-mail: <u>jakub.tyburski@wat.edu.pl;</u>

LITERATURA

- Zieliński M., Chaberski D., Kowalski M., Frankowski R., Grzelak S., High resolution time-interval measuring system implemented in single FPGA device, *Measurement* (2004), vol. 35, no. 3, 311-317
- [2] Szplet R., Kwiatkowski P., Rozyc K., Jachna Z., Sondej T., Picosecond-precision multichannel autonomous time and frequency counter, *Rev. Sci. Instrum.*, (2017), vol. 88, no. 12, 125101
- [3] Christiansen J., Picosecond Stopwatches. The evolution of time-to-digital converters, *IEEE Solid-State Circuits Mag.*, (2012), vol. 4, no. 3, 55-59
- [4] Chaberski D., Frankowski R., Gurski M., Zieliński M., Comparison of Interpolators Used for Time-Interval Measurement Systems Based on Multiple-Tapped Delay Line, *Metrol. Measur. Syst.* (2017), vol. 24, no. 2, 401-412
- [5] Tancock S., Arabul E., Dahnoun N., A Review of New Timeto-Digital Conversion Techniques, *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, (2019) vol. 68, no. 10, 3406–3417
- [6] Szyduczyński J., Kościelnik D., Miśkowicz M., A successive approximation time-to-digital converter with single set of delay lines for time interval measurements, *Sensors*, (2019), vol. 19 iss. 5 no. 1109, s. 1–27
- [7] Cova S., Bertolaccini M., Differential linearity testing and precision calibration multichannel time sorters, *Nucl. Instrum. Methods* (1970), 77(2), 269-276
- [8] Jachna Z, Szplet R., Kwiatkowski P., Permanently calibrated interpolating time counter, *Meas. Sci. Tech.*, (2015), vol. 26, no. 1, 015006
- [9] Rivoir J., Statistical Linearity Calibration of Time-To-Digital Converters Using a Free Running Ring Oscillator, IEEE, 15th Asian Test Symposium, 2006
- [10] http://piktime.com/images/liczniki/T3200U.pdf
- [11] Kwiatkowski P., Rozyc K., Sawicki M., Jachna Z., Szplet R., 5 ps jitter programmable time interval/frequency generator, *Metrology and Measurement Systems* (2017), vol. 24, no. 1, 57-68
- [12] Klepacki K., Pawlowski M., Szplet R., Low-jitter wide-range integrated time interval/delay generator based on combination of period counting and capacitor charging, *Rev. Sci. Instrum.*, (2015), vol. 86, no. 2, 025111
- [13] Szymanowski R., Szplet R., Kwiatkowski P., Quantization error in precision time counters, *Meas. Sci. Tech.*, (2015), vol. 26, no. 7, 075002