

Wybrane aspekty modelowania rezystancyjnych pieców próżniowych

Streszczenie. Rezystancyjne piece próżniowe wymagają zazwyczaj specjalnych technik wykorzystywanych podczas ich projektowania. W przypadku doboru kaskad radiacyjnych oraz elementów grzejnych umieszczanych wewnątrz komór próżniowych, szczególnie istotnym zagadnieniem jest precyzyjna analiza zjawiska radiacyjnej wymiany ciepła. W niniejszej pracy analizie poddano wybrane metody analityczne oraz numeryczne, pozwalające na realizację wymienionych zadań, w celu wykazania ich dokładności oraz użyteczności. Uzyskane wyniki pozwoliły na sformułowanie ogólnych wniosków stanowiących zestaw wytycznych w procedurze projektowania próżniowych urządzeń grzejnych.

Abstract. Resistance vacuum furnaces require to use a special techniques during designing process. Construction of cascade radiant thermal insulation inside vacuum chambers and heating resistors require precise modeling of thermal radiation heat transfer and distributions of heat sources. In the paper some popular analytical and numerical simulation techniques of such class of devices were analyzed. Quality of obtained results, especially for nonlinear problems were estimated. All performed tests were used to give some general conclusions of cold chamber vacuum furnaces modeling. (**Selected aspects of resistance vacuum furnaces modeling.**)

Słowa kluczowe: piec próżniowy, modelowanie, molibdenowe elementy grzejne, izolacja kaskadowa.

Keywords: vacuum furnace, modeling, molybdenum heating resistors, cascade insulation.

Wstęp

W rezystancyjnych piecach próżniowych elementy grzejne wykonywane są zazwyczaj z metali wysokotopliwych. Szczególną rolę w urządzeniach tej klasy zajmuje molibden, gwarantujący możliwość eksploatacji w wysokich temperaturach, w warunkach niskiego ciśnienia (10^{-9} torr). Dodatkowo materiał ten pozwala, w pewnych warunkach, na utrzymywanie atmosfer ściśle kontrolowanych, bez wtrąceń niepożądanych jonów. [1] Tym niemniej parametry molibdenu warunkują konstrukcję oraz parametry eksploatacyjne tego materiału. Najważniejsze właściwości oraz wynikające z nich uwarunkowania to:

- konieczność eksploatacji w atmosferach redukcyjnych, inercyjnych lub w próżni, w temperaturach przekraczających 400°C . Fakt ten wynika z intensywnego utleniania powierzchniowej warstwy trójtlenku molibdenu, prowadzącego do szybkiej degradacji elementów grzejnych i kaskad radiacyjnych [2];

- niska odporność na obciążenia cieplne i mechaniczne;
- wysoki temperaturowy współczynnik rezystywności. W zakresie temperatur $20 \div 1900^{\circ}\text{C}$ rezystywność molibdenu zmienia się 10-krotnie. Fakt ten wymusza stosowanie ograniczników mocy w stanie zimnym;

- wysoki współczynnik temperaturowej rozszerzalności determinujący konstrukcję mechaniczną elementów grzejnych;

- możliwość reakcji chemicznych z ceramiką piecową.

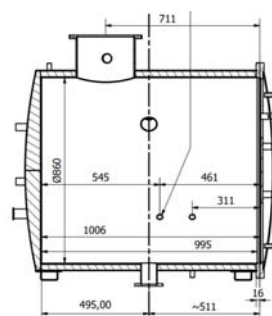
Molibden wytworzony z zagęszczonego proszku, ukształtowany do odpowiedniej formy, jest materiałem plastycznym, umożliwiającym kształtowanie w szerokich granicach. Tym niemniej, na skutek krystalizacji zachodzącej w temperaturach wyższych niż 950°C , parametry mechaniczne ulegają istotnym zmianom. Po wystudzeniu, molibden staje się kruchy i niepodatny na obróbkę mechaniczną;

Wymienione czynniki ściśle determinują konstrukcję pieców wykorzystujących molibdenowe elementy grzejne. W niniejszej pracy analizie poddano piec z zimną komorą, o temperaturze znamionowej 1100°C . Takie rozwiązanie wymaga stosowania izolacji cieplnej w postaci kaskad radiacyjnych. Przyjęto, że ekrany wykonywane będą z blachy molibdenowej w strefie temperatur przekraczających 300°C oraz z stali kwasoodpornej 1H18N9T w strefie

niskich temperatur (w pobliżu ścian komory próżniowej). Projektowanie izolacji tego rodzaju wymaga dogłębnej analizy zjawiska radiacyjnej wymiany ciepła. W rozdziale nr 2 scharakteryzowano analityczną metodę obliczeniową, pozwalającą na określenie strumienia ciepłego i temperatur poszczególnych ekranów. W rozdziale nr 3 analizie poddano modelowanie numeryczne, z uwzględnieniem wielokrotnych odbić promieniowania.

Analityczne obliczenia kaskad radiacyjnych

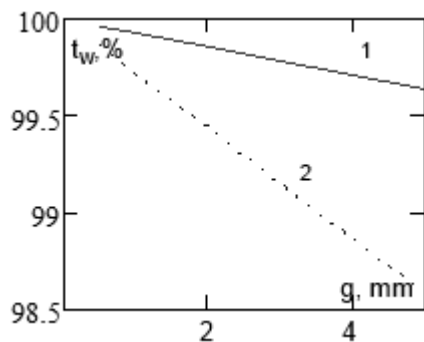
Do analiz przyjęto próżniową komorę grzejną o konstrukcji oraz podstawowych wymiarach pokazanych na rysunku 1. Ograniczenie strat cieplnych możliwe jest poprzez wykorzystanie ekranów radiacyjnych w postaci blach o wysokim współczynniku odbicia, zarówno na powierzchniach czołowych, jak i bocznych komory próżniowej. W pracy skupiono się na analizie cylindrycznych kaskad radiacyjnych ścian bocznych. Obliczenia wykonano przy założeniu kaskady składającej się z czterech ekranów molibdenowych oraz pojedynczego ekranu ze stali kwasoodpornej 1H18N9T, umieszczonego od strony obudowy komory próżniowej. Wykorzystanie ekranu stalowego ma na celu podwyższenie wytrzymałości mechanicznej konstrukcji.



Rys.1. Przekrój oraz podstawowe wymiary analizowanego pieca próżniowego

Grubość wszystkich ekranów wynosiła 2 mm. Z uwagi na wysoką przewodność cieplną właściwą użytym materiałom, założenie to nie jest istotne, z punktu widzenia prowadzonych analiz. Ekrany charakteryzują się znaczną jednorodnością temperatury, co umożliwia wykonywanie

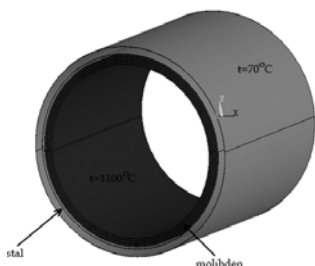
obliczeń przy założeniu ich izotermiczności. Fakt ten potwierdzono analizami spadku temperatury w ekranach o zróżnicowanych grubościach w stanie ustalonym (rys. 2).



Rys. 2. Względny spadek temperatury na ekranach molibdenowych (1) i stalowych (2) w funkcji grubości

Zgodnie z danymi przedstawionymi na rysunku 1, długość ekranów ścian bocznych wynosi $L = 860$ mm. Odstęp pomiędzy ekranami przyjęto jako 5 mm. W przypadku analizowanych układów, gdzie moc emitowana poza układ ekranów jest pomijalna, odstępy pomiędzy poszczególnymi warstwami kaskady radiacyjnej nie mają znaczenia. Emisyjności analizowanych materiałów przyjęto jako wartości stałe, niezależne od długości fali: 0,25 dla molibdenu oraz 0,55 dla stali [3].

Temperatura wewnętrznego ekranu była zgodna z temperaturą elementu grzejnego i wynosiła 1100°C . Z uwagi na chłodzenie wodne obudowy komory próżniowej, założono, że jej temperatura nie powinna przekraczać 70°C [4]. Widok geometrii modelu obliczeniowego, wraz z warunkami brzegowymi 1-go rodzaju pokazano na rysunku 3.



Rys. 3. Widok geometrii kaskady radiacyjnej wraz z przyjętymi warunkami brzegowymi

Obliczenia wykonano przy założeniu występowania jedynie radiacyjnej wymiany ciepła wewnątrz komory grzejnej. Moc cieplna wymieniana na drodze radiacji, zgodnie z prawem Stefana - Boltzmanna [5] została opisana zależnością (1).

$$(1) \quad P_{1-2} = \sigma_0 \cdot F_1 \cdot \varphi_{1-2}^* (T_1^4 - T_2^4)$$

gdzie: σ_0 - stała Stefana - Boltzmanna; F_1 - wielkość powierzchni promieniującej; T_i - temperatury ekranów; φ_{1-2}^* - zastępczy współczynnik konfiguracji

Na podstawie metody odbić wielokrotnych [4] lub bilansu jasności [6], otrzymać można zależność na zastępczy współczynnik konfiguracji pary powierzchni tworzących układ zamknięty (2).

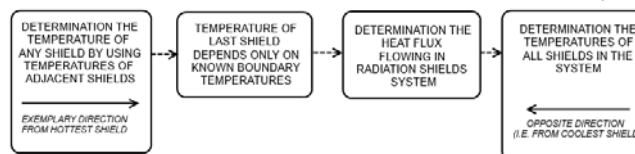
$$(2) \quad \varphi_{1-2}^* = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{F_1}{F_2} \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)}$$

gdzie: ε_i - emisyjność i -tego ekranu

Obliczenia kaskad wykonywano w stanie cieplnym ustalonym, przy wykorzystaniu metody przegnania. Układ równań bazujący na zależności (1) (dla każdego ekranu) przekształcono do postaci, w której temperatura każdego ekranu wyrażana była w funkcji temperatur ekranów sąsiadujących (według przykładu określonej zależnością (3)). Schemat algorytmu obliczeniowego pokazano na rysunku 4.

(3)

$$\sigma_0 \cdot F_1 \cdot \varphi_{1-2}^* (T_1^4 - T_2^4) = \sigma_0 \cdot F_2 \cdot \varphi_{2-3}^* (T_2^4 - T_3^4) \Rightarrow T_2^4 = \frac{\varphi_{1-2}^* T_1^4 + \varphi_{2-3}^* T_3^4}{\varphi_{1-2}^* + \varphi_{2-3}^*}$$



Rys. 4. Schemat algorytmu wykorzystanego do obliczeń układu kaskad radiacyjnych

Obliczenia realizowane były zgodnie z przedstawionym algorytmem, poprzez uzależnianie temperatur kolejnych ekranów, od temperatur ekranów sąsiadujących, poczynając od znanej temperatury wynikającej z zastosowanego warunku brzegowego. W takich warunkach, temperatura ostatniego analizowanego ekranu była funkcją jedynie znanych temperatur stanowiących warunki brzegowe dla rozpatrywanego zagadnienia. Fakt ten umożliwia bezpośrednie wyznaczenie mocy cieplnej przenikającej przez kaskadę radiacyjną (4). W dalszych krokach możliwe jest wyznaczenie temperatur poszczególnych ekranów, wykonując obliczenia w kierunku przeciwnym do procesu opisanego na początku niniejszego akapitu.

$$(4) \quad P_{RAD} = \sigma_0 \cdot F_{last} \cdot \varphi_{last-bc2}^* (f(T_{bc1}, T_{bc2})^4 - T_{bc2}^4)$$

gdzie: $\varphi_{last-bc2}^*$ - współczynnik konfiguracji pomiędzy ekranem ostatnim oraz ekranem, na którym zadano warunek brzegowy, $f(T_{bc1}, T_{bc2})$ - temperatura ekranu ostatniego wyrażona w funkcji temperatur przyjętych jako warunki brzegowe (bc).

Uzyskane wartości temperatur ekranów zestawiono w Tabeli nr 1.

Tabela 1. Obliczone analitycznie temperatury ekranów

Ekran	Temperatura, °C
1 (wewnętrzny), molibden	1100
2 molibden	937
3 molibden	868
4 molibden	712
5 (warstwa zewnętrzna), stal	491

Na uwagę zasługuje fakt, że bezpośrednie wykorzystanie prezentowanego analitycznego podejścia do określenia liczby ekranów gwarantujących ograniczenie mocy strat do wymaganego poziomu nie jest możliwe. Jedynie w przypadku, gdy wielkości powierzchni wszystkich ekranów są równe oraz mają tę samą wartość emisyjności, wszystkie współczynniki konfiguracji przyjmują jednakową wartość liczbową. W takich warunkach temperatury kolejnych ekranów mogą być określone bez konieczności uwzględniania parametrów materiałowych i geometrycznych (5). Tylko w tym przypadku stosunek mocy wymienianej przez promieniowanie w układzie bez- oraz z wykorzystaniem kaskad radiacyjnych może być łatwo określony przy wykorzystaniu zależności (6). Jedynie w tym przypadku istnieje możliwość łatwego określenia wymaganej liczby ekranów.

$$(5) \quad T_i^4 = \frac{T_{bc1}^4 + i \cdot T_{bc2}^4}{i + 1}$$

$$(6) \quad \frac{P_r}{P_{r+s}} = \frac{1}{S_n + 1}$$

gdzie: S - liczba ekranów, i - numer kolejnego ekranu, T_{bc} - temperatura ekranu stanowiąca warunek brzegowy, P - moc wymieniana przez promieniowanie

W wielu przypadkach można spotkać się z opinią, że stosowanie izolacji "hybrydowej" (złożonej z ograniczonej liczby ekranów oraz klasycznej (porowatej) izolacji cieplnej) w komorach próżniowych daje lepsze rezultaty w porównaniu do typowych kaskad radiacyjnych [7, 8]. Twierdzenie to poddano weryfikacji, przy wykorzystaniu obliczeń scharakteryzowanych powyżej. Korzystając z wymiarów kaskady radiacyjnej oraz określonych mocy i temperatur, wyznaczono zastępczą przewodność cieplną kaskady (7).

$$(7) \quad \lambda_z = \frac{\sigma_0 \cdot F_{s1} \cdot \varphi_{1-2}^* (T_{s1}^4 - T_{s2}^4) \cdot \delta_s}{F_s \cdot (T_{s1} - T_{s2})}$$

Wykonane obliczenia umożliwiły określenie zastępczej przewodności wykorzystanej kaskady jako $0,285 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$. Wartość tę porównano do przewodności cieplnych dwutlenku cyrkonu, stosowanego do konstrukcji izolacji cieplnych możliwych do eksploatacji w urządzeniach próżniowych. Wartości te, w zależności od porowatości, zawierają się w granicach $0,33 \div 2,29 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$, co jednoznacznie potwierdza przewagę kaskad radiacyjnych do celów termoizolacyjnych.

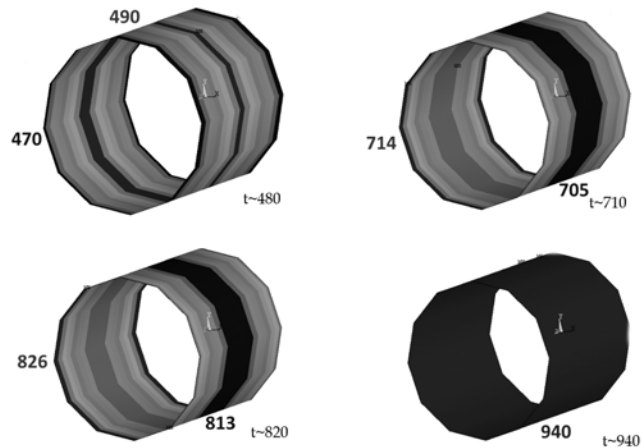
Na uwagę zasługuje fakt wzrostu komplikacji obliczeń analitycznych, proporcjonalnie do liczby stosowanych ekranów. Jedynie w przypadkach, gdy zastępcze współczynniki konfiguracji są identyczne dla każdego ekranu, analizy mogą być wykonywane w sposób zautomatyzowany, niezależnie od liczby stosowanych ekranów.

Numeryczne obliczenia kaskad radiacyjnych

Poprawność obliczeń zaprezentowanych w poprzedniej części pracy sprawdzono przy wykorzystaniu analiz numerycznych, w oparciu o model pokazany na rysunku 3 (dla ścian bocznych pieca). Model opracowano w programie ANSYS [9]. Wykorzystano warunki brzegowe odpowiadające obliczeniom analitycznym (temperatury na skrajnych ekranach). W ramach wykonanych analiz wykorzystano procedurę pozwalającą na analizę radiacyjnej wymiany ciepła w warunkach odbić wielokrotnych, co wymagało określenia elementarnych współczynników konfiguracji pomiędzy wszystkimi elementami siatki dyskretyzacyjnej. Procedura ta wykonywana jest w sposób zautomatyzowany, przy wykorzystaniu zasad określonych, m. in. w [4, 9]. Znajomość współczynników konfiguracji pozwala na definiowanie bilansów cieplnych, zgodnie z zależnością (8) [6]. Wyniki, w stanie cieplnie ustalonym pokazano na rysunku 5.

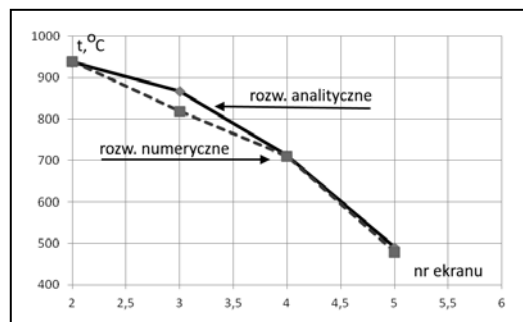
$$(8) \quad \sum_{i=1}^N \left(\frac{\delta_{ji}}{\varepsilon_i} - \varphi_{ji} \cdot \frac{1 - \varepsilon_i}{\varepsilon_i} \right) \cdot \frac{1}{F_i} \cdot P_i = \sum_{i=1}^N (\delta_{ji} - \varphi_{ji}) \cdot \sigma_0 \cdot T_i^4$$

gdzie: N - liczba powierzchni promieniujących, δ - delta Kroneckera, ε - emisyjność, i, j - indeksy powierzchni promieniujących



Rys. 5. Wyniki obliczeń numerycznych kaskad radiacyjnych

Temperatury ekranów uzyskane na podstawie obliczeń numerycznych nie są jednorodne, co wynika z zwiększonych strat energii w kierunku normalnym do powierzchni czołowych. Efekt ten był pomijany przy analizach analitycznych. Dodatkowo widoczne są uproszczenia w odwzorowaniu geometrii cylindrycznej poszczególnych ekranów. Konieczność stosowania znaczącej liczby elementów skończonych w układach charakteryzujących się małą grubością w stosunku do średnicy, uniemożliwiła wykonanie bardziej dokładnych analiz. Porównanie wyników obliczeń analitycznych i numerycznych pokazano na rysunku 6.



Rys. 6. Porównanie rozkładów temperatury w kaskadowej izolacji cieplnej, otrzymanych na drodze obliczeń analitycznych i numerycznych

Wykonane obliczenia numeryczne pozwalają na stwierdzenie poprawności obliczeń analitycznych. Różnice wynikają między innymi z uwzględnienia zjawisk na powierzchniach bocznych oraz spadków temperatury w ekranach.

Modelowanie elementów grzejnych

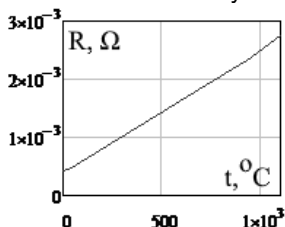
Strumień cieplny tracony do otoczenia, wraz z energią akumulacyjną i czasem rozgrzewa, stanowią podstawowy zestaw danych do wyznaczenia mocy znamionowej pieca oraz wymiarów elementu grzejnego (9) [10]. Analizując molibdenowy rezystor grzejny wykonany w postaci paska o szerokości 100 mm, grubości 0,5 mm i długości 0,8 m, dokonano obliczeń wartości jego rezystancji przy wykorzystaniu typowej zależności dla prądu stałego, z uwzględnieniem temperaturowej zależności rezystywności (rys. 7). Wyniki skonfrontowano z obliczeniami numerycznymi, wykonanymi w systemie ANSYS przy wymuszeniu napięciowym. Obliczenia numeryczne wykonano przy wykorzystaniu zależności (9), otrzymując całkowitą zbieżność z podstawowymi obliczeniami analitycznymi. Biorąc pod uwagę nakład pracy, nie ma

konieczności wykorzystywania obliczeń numerycznych do projektowania rezystorów pracujących przy prądzie stałym.

(8)
(9)

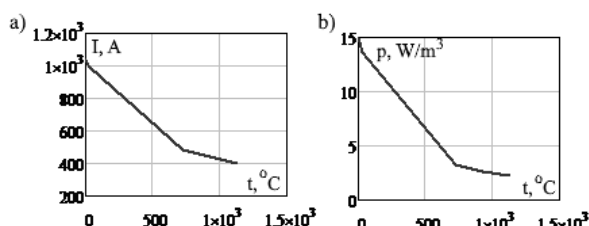
$$R = \frac{\sum_{i=1}^n P_{vi} \cdot V_i}{\left(\sum_{i=1}^n j_i \cdot F_i \right)^2}$$

Gdzie: W_p – wymiar poprzeczny elementu grzejnego, p – obciążenie powierzchniowe, P – moc, U – napięcie, ρ – rezystywność, j – gęstość prądu, p_v – objętościowa gęstość mocy, n – liczba elementów skończonych



Rys. 7. Wartość rezystancji analizowanego elementu grzejnego w funkcji temperatury

Zwraca się jednak uwagę na znaczną zmienność rezystancji w funkcji temperatury, co wymusza konieczność stosowania źródeł prądowych lub układów ograniczających moc rezystora grzejnego w zakresie niskich temperatur. Efekt ten pokazano na rysunku 8, gdzie znajdują się wartości prądów oraz obciążenia powierzchniowego.



Rys. 8. Wartości prądu (a) oraz obciążenia powierzchniowego (b) elementu molibdenowego w funkcji temperatury dla wymuszenia napięciowego

W większości pieców próżniowych, gdzie tętnienia pola nie są parametrem krytycznym, elementy grzejne pracują przy napięciu przemiennym. Parametry zastępcze w tym przypadku mogą być łatwo wyznaczone przy wykorzystaniu współczynników kształtu (10), (11). Jest to jednak podejście uproszczone, a współczynniki kształtu określane są dla podstawowych geometrii i podawane w funkcji współrzędnych względnych, definiowanych jako stosunek zewnętrznego wymiaru przewodnika do głębokości wnikania (d/δ). Rozpatrywany element grzejny charakteryzuje się znaczną rozbieżnością wymiarów zewnętrznych, przez co nie może być rozpatrywany w oparciu o typowe współczynniki kształtu. Rezystancja wyznaczona na drodze analitycznej wynosiła 2.64 mΩ podczas gdy rezystancja otrzymana na drodze analiz numerycznych: 2.87 mΩ.

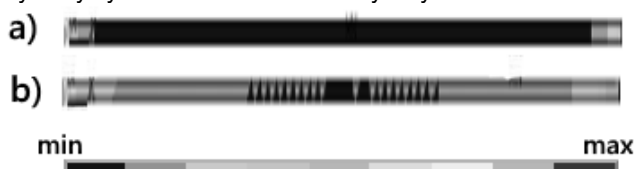
$$(10) \quad R_{AC} = R_{DC} \cdot k_r(d/\delta)$$

$$(11) \quad X_{AC} = R_{DC} \cdot k_x(d/\delta)$$

gdzie: R_{DC} – rezystancja przy prądzie stałym, k – współczynniki kształtu, d – średnica, δ – zastępcza głębokość wnikania

Otrzymane błędy wynikają z rozkładów gęstości prądów (oraz rozkładów gęstości mocy) w przekroju przewodnika, niemożliwych do uwzględnienia w jednowymiarowych

obliczeniach analitycznych (rys. 9). Fakt ten przemawia za wykorzystywaniem obliczeń numerycznych.



Rys. 9. Rozkład gęstości mocy (a) oraz gęstości prądów (b) w przekroju przewodnika o przekroju prostokątnym

Podsumowanie

W pracy scharakteryzowano wybrane czynniki, istotne z punktu widzenia projektowania próżniowych pieców rezystancyjnych. Podstawowym celem było dokonanie porównania rezultatów otrzymywanych na drodze rozwiązań analitycznych oraz numerycznych, W szczególności udowodniono, że:

- projektowanie kaskad radiacyjnych przy wykorzystaniu klasycznych algorytmów jest metodą bardziej efektywną w porównaniu do metod numerycznych. Geometria ekranów wymusza stosowanie znacząco większej liczby elementów dyskretnych, prowadząc do wydłużenia czasu obliczeń;
- stosowanie kaskadowej izolacji cieplnej jest metodą efektywną. Rozwiązanie to charakteryzuje się wyższą termoizolacyjnością w porównaniu do klasycznych porowatych materiałów termoizolacyjnych;
- projekt rezystorów grzejnych pracujących przy prądzie stałym nie wymaga analiz numerycznych, w szczególności obliczeń sprężonych. Obliczenia takie są jednak niezwykle pomocne przy projektowaniu rezystorów pracujących przy napięciu przemiennym.

Projektowanie pieców próżniowych wymaga rozwiązania szeregu dodatkowych problemów wynikających z występujących naprężeń cieplnych, elementów przewodzących ciepło do obudowy oraz racjonalnego kształtu elementów grzejnych. Zagadnienia te zostaną rozwiązane w kolejnych etapach pracy.

Autorzy: dr hab. inż. Marcin Wesółowski, Politechnika Warszawska, Instytut Elektroenergetyki, ul. Koszykowa 75, 00-662 Warszawa, E-mail: marcin.wesolowski@pw.edu.pl; mgr inż. Michał Czerwiński, Instytut Tele- i Radiotechniczny, ul. Ratuszowa 11, 03-450 Warszawa

LITERATURA

- [1] Peawbark P., Thedsakhulwong A.: Design and Construction of a Small Vacuum Furnace, Journal of Physics Conference Series 901(1):012061, DOI: 10.1088/1742-6596/901/1/012061, 2017
- [2] Electrical Resistance Heating Elements – an Overview, Thermcraft Inc., 2016
- [3] www.matweb.com (dostęp 09.08.2021)
- [4] Hering M.: Podstawy Elektrotermii, t. I, Warszawa, WNT, 1995
- [5] Bityukov V., Khudak Yu, Gusein - Zade N. K.: Analytical Derivation of the Stefan-Boltzmann Law for Integral Radiance from Planck's Law for Spectral Radiance, BULLETIN OF THE LEBEDEV PHYSICS INSTITUTE, Vol. 45 No. 2 2018
- [6] Howell J., Daun K., Siegel R., Pinal M.: Thermal Radiation Heat Transfer, 7-th edition, CRC Press, 2020
- [7] Lang S., Bauer D., Gershidska M., Druck I.: Thermal Conductivity of Vacuum Insulation Materials for Thermal Energy Stores in Solar Thermal Systems, International Conference on Solar Heating and Cooling for Buildings and Industry, 2015
- [8] Delil A. A. M.: Multilayer Thermal Insulation Blankets for Terrestrial and Space Applications: Thermal Modeling and Experimental Issues.
- [9] https://www.ansys.com/support (dostęp 06.2021)
- [10] Kennedy M., Halaand A., Aune J.: High Intensity Slag Resistance Furnace Design, COM 2015 | THE CONFERENCE OF METALLURGISTS