

doi:10.15199/48.2022.09.65

Wyznaczanie wartości parametrów schematu zastępczego transformatora impulsowego z wykorzystaniem obwodów równoważnych Cauera

Streszczenie. W artykule omówiono sposób formułowania modelu równoważnego (schematu zastępczego) transformatora impulsowego o strukturze osiowosymetrycznej. Tworząc schemat zastępczy, Autorzy opracowali i wdrożyli oprogramowanie własne wykorzystujące: (a) dwuwymiarowe (2D) krawędziowe ujęcie Metody Elementów Skończonych (MES), (b) algorytm Lanczos – Pade (PVL) pozwalający na znaczącą redukcję rzędu otrzymywanych równań macierzowych MES, oraz (c) obwody równoważne Cauera na podstawie, których uformowali wielogłębiowy schemat zastępczy transformatora impulsowego. Ponadto, w pracy przedstawiono wybrane wyniki obliczeń symulacyjnych uzyskane za pomocą zaproponowanego schematu zastępczego. Otrzymane wyniki porównano z wynikami uzyskanymi po zastosowaniu pełnego modelu polowego.

Abstract. The paper, the method of formulating the equivalent model of the considered pulse transformer with an axisymmetric structure have been presented and discussed. By creating the substitute diagram, the authors developed and implemented their own software using: (a) two-dimensional (2D) edge approach of the Finite Element Method (FEM), (b) Lanczos - Pade algorithm allowing for a significant reduction of the order of the obtained FEM matrix equations, and (c) equivalent of Caue circuit on the basis of which they formed a multi-branch equivalent circuit of a pulse transformer. Moreover, the paper presents selected results of simulation calculations obtained with the use of the proposed equivalent scheme. The obtained results were compared with the results obtained after applying the full field model. (**Determination of the parameters of equivalent schema of the pulse transformer using the Caue circuits.**)

Słowa kluczowe: schemat zastępczy, parametry skupione, model polowy, obwód równoważny Cauera.

Keywords: equivalent model, lumped parameters, field model, Caue circuit.

Wstęp

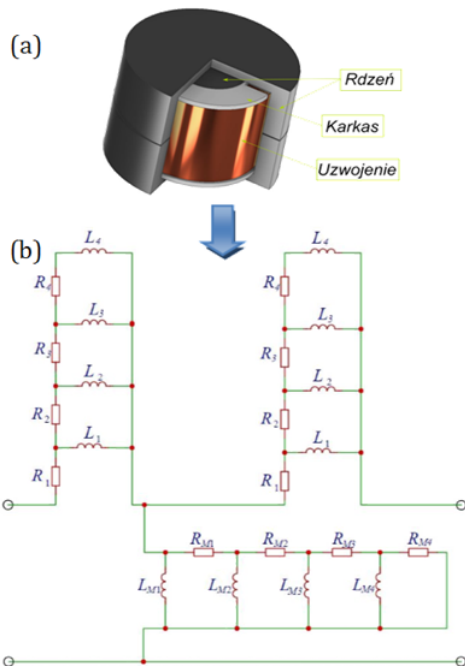
Współcześnie coraz więcej urządzeń elektromagnetycznych zasilanych jest z przemienników częstotliwości. Wysokie wartości częstotliwości nośnych stosowane w tych przemiennikach powodują powstawanie szeregu efektów pasożytniczych, tj.: zwiększone straty w rdzeniu, straty wynikające z powstawania prądów wirowych w masywnych elementach przewodzących, powstawanie prądów przesunięcia dielektrycznego w układach izolacyjnych czy prądów błędzących [1-3]. Uwzględnienie wyżej wymienionych aspektów w procesie projektowania współczesnych urządzeń jest dziś jednym z istotnych punktów. Szczególne znaczenie ma to w przetwornikach pracujących z wysokimi częstotliwościami, takimi jak bezprzewodowe układy transmisyj energii, nagrzewnice indukcyjne, układy hipertermii magnetycznej, transformatory impulsowe czy wysokoobrotowe silniki elektryczne [4-6]. Do analizy czy syntezy ww. układów z polem elektromagnetycznym stosuje się m.in. modele polowe, obwodowe, jak również modele ekwiwalentne. Zastosowanie modeli polowych do tego typu układów prowadzi z reguły do dużej złożoności obliczeniowej, ze względu na konieczność dokładnego odwzorowania układu oraz dyskretyzacji czasu. Niemniej jednak modele polowe z powodzeniem znalazły zastosowanie w procesach projektowania i optymalizacji, tj., gdy wysoka dokładność uzyskiwanych wyników jest ważniejsza niż czas obliczeń. Z drugiej strony modele obwodowe oparte na schematach zastępczych układów z polem charakteryzują się znacznie mniejszą złożonością obliczeniową, co pozwala na zastosowanie w diagnostyce i w sterowaniu ww. przetworników. Ze względu jednak na narzucone założenia oraz przyjęte uproszczenia, dokładność takich modeli bywa bardzo często niezadowalająca, co jest szczególnie istotne w przypadku układów wysokiej częstotliwości. W celu zwiększenia dokładności modeli obwodowych wartości ich parametrów można wyznaczać za pomocą modeli polowych. Zazwyczaj parametry skupione są obliczane dla przyjętych wartości prądów lub napięć przy danej częstotliwości źródła

zasilania. Na przykład: dla układów z prądami wirowymi pracującymi przy wysokich częstotliwościach wartości tych parametrów są nieliniowymi funkcjami częstotliwości zasilania. W związku z tym stosowanie całkowitych parametrów wyznaczonych dla częstotliwości pojedynczego źródła zasilania może prowadzić do znaczących niepewności uzyskiwanych wyników obliczeń. W takich przypadkach można zastosować modele równoważne łączące zalety podejścia obwodowego i polowego. Dokładna odpowiedź częstotliwościowa przy użyciu równoważnych modeli obwodów jest zazwyczaj osiągnięta poprzez utworzenie tak zwanego: (a) „obwodu zastępczego Fostera” lub (b) „obwodu Cauera” [7-9]. Parametry ww. obwodów wyznacza się z reguły na podstawie znanych charakterystyk częstotliwościowych badanego układu. Optymalne wartości parametrów obwodów, tj.: parametry zastępcze można określić stosując m.in. algorytmy optymalizacyjne (z ang. *fitting method*), aproksymację Pade [10] w połączeniu z algorytmem Lanczosa [11,12] (z ang. *Model Order Reduction method*) czy poprzez zastosowanie metody Bezpośredniego Rozkładu Ortogonalnego (z ang. *Proper Orthogonal Decomposition method*). Zastosowanie modeli ekwiwalentnych pozwala również na szeroką analizę częstotliwościową bez wielokrotnego poszukiwania „nowych” wartości parametrów badanego układu.

W niniejszym artykule Autorzy skoncentrowali się na przedstawieniu oraz omówieniu sposobu formułowania modelu równoważnego (*schematu zastępczego*) transformatora impulsowego z uzwojeniami taśmowymi o strukturze osiowosymetrycznej. Widok badanego transformatora oraz jego model zastępczy przedstawiono na rysunku 1.

Tworząc schemat zastępczy rozpatrywanego transformatora, Autorzy opracowali 2D osiowosymetryczny model polowy, dla którego uformowali równania Metody Elementów Krawędziowych (MEK), a które następnie poddali redukcji rzędu oraz transformacji wykorzystując algorytm Lanczos – Pade, uzyskując w ten sposób schemat zastępczy badanego transformatora (rys. 1b). Autorzy pragną zauważyć, że na obecnym etapie prac pominięto

wpływ nieliniowości obwodu. Ponadto, przedstawiono wybrane wyniki obliczeń symulacyjnych uzyskane za pomocą zaproponowanego schematu zastępczego. Otrzymane wyniki porównano z wynikami uzyskanymi po zastosowaniu modelu polowego opracowanego w oprogramowaniu komercyjnym Maxwell.



Rys. 1. Widok rozpatrywanego transformatora impulsowego (a) oraz jego schemat zastępczy wykorzystujący obwody równoważne Couera (b)

Polowy model transformatora

W rozpatrywanym układzie do analizy rozkładu pola elektromagnetycznego opracowano oprogramowanie własne wykorzystujące 2D krawędziowe ujęcie metody elementów skończonych (MES) oraz sformułowanie $A-V$. W podejściu tym przy określaniu rozkładu pola magnetycznego korzysta się z krawędziowych wartości Φ magnetycznego potencjału wektorowego A , podczas gdy elektryczny potencjał skalarny V zastosowano przy wyznaczaniu wartości spadków napięć (tj. różnicy potencjałów) oraz rozkładu wektora gęstości prądów indukowanych w poszczególnych zwojach uzwojeń transformatora. W zastosowanym podejściu równania wykorzystujące potencjał A odpowiadają równaniom oczkowym siatki reluktancyjnej (RN) [13], podczas gdy równania opisujące rozptył prądów indukowanych można rozpatrywać na równi z równaniami jednowymiarowej (1D) siatki konduktancyjnej (CN) [2,14]. W zastosowanym ujęciu równania opisujące rozkład pola w badanym układzie można przedstawić w postaci:

$$(1) \quad \mathbf{R}_\mu \underline{\Phi} = \underline{\theta}_0 + \underline{\theta}_{EC},$$

gdzie: \mathbf{R}_μ jest macierzą reluktancji oczkowych, $\underline{\Phi}$ jest wektorem reprezentującym zespolone wartości strumieni oczkowych (wartości krawędziowe potencjału A), $\underline{\theta}_{EC}$ i $\underline{\theta}_0$ są wektorami opisującymi oczkowe siły magnetomotoryczne (smm) odpowiednio w obszarze rdzenia z uwzględnionymi prądami wirowymi oraz w obszarze uzwojeń z prądami indukowanymi.

W zastosowanym podejściu źródła pola pochodzące od prądów wirowych w obszarze rdzenia określano obliczając ich wartość z iloczynu przewodności elektrycznej

i pochodnej względem czasu z potencjału wektorowego A . W pracy skorzystano z następującej zależności:

$$(2) \quad \underline{\theta}_{EC} = -j\omega \mathbf{G}_{EC} \underline{\Phi},$$

w której, j jest jednostkowym wektorem urojonym, ω jest pulsacją elektryczną, a \mathbf{G}_{EC} reprezentuje macierz konduktancji w obszarze przewodzącego rdzenia.

W celu określenia źródeł pola pochodzących od prądów indukowanych w obszarach z uzwojeniami taśmowymi, ich wartość najprościej określa się na podstawie relacji pomiędzy oczkową smm $\underline{\theta}_0$ a prądami krawędziowymi siatki CN [14], tj.:

$$(3) \quad \underline{\theta}_0 = \underline{i}_e,$$

w związku z tym wyrażenie opisujące wektor prądów \underline{i}_e przyjmuje poniższą postać:

$$(4) \quad \underline{i}_e = \mathbf{G}_e (\underline{u}_e - j\omega \underline{\Phi}),$$

gdzie: \mathbf{G}_e jest macierzą konduktancji siatki CN sprężonej z RN [2,14] w obszarze z uzwojeniami taśmowymi, a wektor \underline{u}_e reprezentuje spadki napięć na poszczególnych gałęziach siatki CN. Ponieważ pojedynczy zwoj danego uzwojenia rozpatruje się, jako układ równoległe połączonych ze sobą gałęzi siatki CN [2,14], wówczas przejście od wektora napięć \underline{u}_e na gałęziach siatki CN do wektora napięć \underline{u}_p na poszczególnych zwojach uzwojeń realizuje się za pomocą macierzy \mathbf{z}_s ($\underline{u}_e = \mathbf{z}_s \underline{u}_p$), tj. macierzy opisującej rozkład zwojów w przestrzeni elementów krawędziowych. Następnie, mnożąc obustronnie wyrażenie (4) przez \mathbf{z}_s^T i uwzględniając związek pomiędzy prądami \underline{i}_e a prądami \underline{i}_p w zwojach taśmowych $\underline{i}_p = \mathbf{z}_s^T \underline{i}_e$ oraz $\underline{u}_e = \mathbf{z}_s \underline{u}_p$ otrzymuje się równania o postaci:

$$(5) \quad \underline{i}_p = \mathbf{z}_s^T \mathbf{G}_e \mathbf{z}_s \underline{u}_p - j\omega \mathbf{z}_s^T \mathbf{G}_e \underline{\Phi},$$

Podane równania (5) opisują sumaryczne (tj. całkowite) prądy w poszczególnych zwojach cewek. Ponieważ zwoje należące do jednej cewki lub uzwojenia łączy się ze sobą szeregowo, transformacji prądów \underline{i}_p w zwojach do prądów \underline{i}_c w cewkach dokonuje się na podstawie macierzy \mathbf{k}_s , tj.:

$$(6) \quad \underline{i}_p = \mathbf{k}_s \underline{i}_c,$$

Iloczyn $\mathbf{k}_s^T \underline{u}_p$ odpowiada sumie spadków napięć na zwojach danej cewki i odpowiada wektorowi napięć \underline{u}_c uzwojeń rozpatrywanego obiektu, tj.:

$$(7) \quad \underline{u}_c = \mathbf{k}_s^T \underline{u}_p,$$

Finalnie, łącząc z sobą uzyskane równania macierzowe (1) z (2) i (3), po uwzględnieniu zależności (4)–(7) oraz $\underline{u}_e = \mathbf{z}_s \underline{u}_p$ otrzymano układ równań macierzowych opisujących rozkład pola elektromagnetycznego w badanym transformatorze:

$$(8) \quad \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{\mu 0} + j\omega(\mathbf{G}_{EC} + \mathbf{G}_e) & \mathbf{G}_e \mathbf{z}_s & \mathbf{0} \\ -j\omega \mathbf{z}_s^T \mathbf{G}_e & \mathbf{z}_s^T \mathbf{G}_e \mathbf{z}_s & -\mathbf{k}_s \\ \mathbf{0} & \mathbf{k}_s^T & \mathbf{0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{\Phi} \\ \underline{u}_p \\ \underline{i}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \underline{u}_c \end{bmatrix},$$

Algorytm Lanczos – Pade (PVL)

Ze względu na to, że otrzymany układ (8) jest układem równań macierzowych o dużej liczbie zmiennych, którego

wielokrotne rozwiązywanie w dziedzinie częstotliwości (lub po odpowiedniej transformacji w dziedzinie czasu) wymaga stosownie bardzo dużego nakładu obliczeniowego i czasu. Dlatego w celu redukcji liczby równań układu (8) oraz przyspieszenia obliczeń Autorzy wdrożyli w oprogramowaniu własnym algorytm PVL (z ang. *Pade via Lanczos*) opracowany przez Lanczosa i Padego [8,12]. Punktem wyjścia w niniejszym algorytmie jest układ równań (8), który po zastosowaniu transformacji Laplace'a można zapisać w postaci:

$$(9a) \quad \underbrace{\begin{bmatrix} R_{\mu 0} & G_e z_s & 0 \\ 0 & z_s^T G_e z_s & -k_s \\ 0 & k_s^T & 0 \end{bmatrix}}_K \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \varphi \\ u_p \\ i_c \end{bmatrix}}_X + s \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} (G_{EC} + G_e) & 0 & 0 \\ -z_s^T G_e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_N \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \varphi \\ u_p \\ i_c \end{bmatrix}}_X = b \cdot U_c$$

oraz

$$(9b) \quad I = I^T \begin{bmatrix} \varphi \\ u_p \\ i_c \end{bmatrix},$$

lub w prostszej formie:

$$(10a) \quad (K + sN)X = bU_c,$$

$$(10b) \quad I = I^T X,$$

gdzie: wektor I i b są wektorowymi jednostkowymi.

W wyniku transformacji Laplace'a układ równań (8) sprowadza się do postaci operatorowej s (9) na podstawie, której w kroku następnym poszukuje się funkcji $H(s)$ nazwanej powszechnie transmitancją operatorową badanego obwodu, tj.:

$$(11) \quad H(s) = I(s) / U_c(s),$$

Po uwzględnieniu zależności (10) w (11) transmitancja przyjmuje postać:

$$(12) \quad H(s) = I^T (K + sN)^{-1} b,$$

W celu określenia finalnej postaci funkcji $H(s)$ najpierw należy zdefiniować punkt ekspansji s_0 (gdzie: $s_0 = 2\pi f_{max}$), tj. punkt określający górną wartość rozpatrywanego przedziału częstotliwości od wartości równej 0 do jej wartości maksymalnej f_{max} , dla której wyznacza się $H(s)$, a także parametr σ wskazujący aktualny obszar poszukiwań, tj.:

$$(13) \quad \sigma = s - s_0,$$

Uwzględniając zależność (13) w (12) funkcja $H(s)$ przyjmuje postać:

$$(14) \quad H(s) = I^T (I + \sigma D)^{-1} r,$$

gdzie: $D = N / (K + s_0 N)^{-1}$, a $r = (K + s_0 N)^{-1} b$.

Następnie, dokonując diagonalizacji macierz D , na przykład stosując popularny algorytm rozkładu QR , funkcja $H(s)$ otrzymuje postać:

$$(15) \quad H(s) = I^T S (I + \sigma A)^{-1} S^{-1} r,$$

gdzie: $D = S A S^{-1}$, $A = \text{diag} \{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N\}$ jest macierzą diagonalną, której elementy przekątnej są wartościami własnymi macierzy D o wymiarze $N \times N$, a macierz S reprezentuje wektory własne D .

W związku z tym, że obliczenia numeryczne odnoszące się do określenia wszystkich wektorów własnych oraz wartości własnych macierzy D są bardzo czasochłonne, szczególnie wówczas, gdy liczba równań stanowi kilkaset tysięcy lub przekracza milion. Dobrym sposobem na skrócenie czasu uzyskania wyniku dla odpowiedzi częstotliwościowej układu jest zastosowanie aproksymacji Padé w połączeniu z algorytmem Lanczosa. Po zastosowaniu aproksymacji Henry'ego Padé funkcję $H(s_0 + \sigma)$ można zapisać w postaci:

$$(16) \quad H(s_0 + \sigma) = H(s_0 + \sigma) + O(\sigma^{q+1}) = \frac{I^T r}{(I + \sigma e^T T_e e)},$$

gdzie: $e = [1, 0, 0, \dots, 0]^T \in R^q$. W proponowanym podejściu macierz D będąca rzędu $N \times N$ transformuje się do tridiagonalnej macierzy Lanczosa T_q o wymiarze $q \times q$ (gdzie: $q \ll N$). W pracy do obliczania wartości macierzy T_q Autorzy wdrożyli zmodyfikowany algorytm Lanczosa, zaproponowany w [8]. Wówczas, po określeniu wartości macierzy T_q oraz ich zastosowaniu, funkcję $H_q(s_0 + \sigma)$ dla wymiaru q można zapisać w prostszej postaci:

$$(17) \quad H_q(s_0 + \sigma) = \underbrace{I^T e^T S_q}_{\mu^T} (I + \sigma A_q)^{-1} \underbrace{S_q^{-1} e \cdot r}_{v} = \sum_{j=1}^q \frac{\mu_j v_j}{1 + \sigma \lambda_j}$$

gdzie: $A_q = \text{diag} \{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_q\}$ zawiera wartości własne macierzy T_q , podczas gdy μ_j i v_j są składnikami wektorów μ i v . Należy zauważyć, że dana zależnością (17) transmitancja jest funkcją wymierną, której mianownik stanowi wielomianem rzędu q , tj.:

$$(18) \quad H_q(s) = \frac{c_0 + c_1 s + \dots + c_{q-1} s^{q-1}}{d_0 + d_1 s + \dots + d_q s^q},$$

Ostatnim etapem, określenia wartości parametrów schematu zastępczego transformatora przedstawionego na rysunku 1a, jest obliczenie wartości parametrów obwodów Cauera oraz ich transformacja z przestrzeni operatorowej do dziedziny częstotliwości. Przy obliczaniu wartości obwodów zastosowano algorytm Euklidesa. W pracy wartości obwodów Cauera opisujących impedancję gałęzi poziomej schematu zastępczego, określano z relacji:

$$(19a) \quad Z_z = 0.5 \cdot \frac{1}{H_q(j\omega)} \Big|_{u_{c2}=0},$$

oraz

$$(19b) \quad Z_z = R_1 + \frac{1}{1/j\omega L_1 + \frac{1}{R_2 + 1/j\omega L_2 + \dots}},$$

przy założeniu, że napięcie strony wtórnej transformatora u_{c2} jest równe zero. Tym samym wartości obwodów Cauera powiązanych z parametrami gałęzi poziomej wyznaczono korzystając z klasycznego podejścia, tj. na podstawie próby

stanu zwarcia. Występujące w relacji (19b) parametry R_n i L_n (gdzie $n = 1, 2, \dots, q$) są odpowiednio wartościami rezystancji i indukcyjności gałęzi obwodów Cauera dla gałęzi poziomej. Wyznaczając natomiast wartości obwodu Cauera odpowiadającej gałęzi poprzecznej, jej wartości obliczono z poniższych relacji:

$$(20a) \quad Z_g = \frac{1}{H_q(j\omega)} \Big|_{i_{c2}=0},$$

oraz

$$(20b) \quad Z_g = \frac{1}{1/j\omega M_1 + \frac{1}{R_{M1} + 1/j\omega M_2 + \dots}},$$

gdzie: występujące w relacji (20b) parametry R_{Mn} oraz L_{Mn} (gdzie: $n = 1, 2, \dots, q$) są odpowiednio wartościami rezystancji i indukcyjności obwodu Cauera dla gałęzi poprzecznej. Jak łatwo zauważyć wartości obwodu opisującego gałąź poprzeczną obliczono na podstawie impedancji układu przy założeniu, że wartość prądu strony wtórnej transformatora $i_{c2} = 0$. Przyjmując, że zaciski uzwojenia strony wtórnej są rozwarte. Ponadto, aby dwukrotnie nie ujmować wpływu wartości rezystancji stałoprądowej uzwojenia pierwotnego transformatora w gałęzi poprzecznej, rezystancja została pominięta na etapie wyznaczania wartości parametrów obwodu Cauera.

Wyniki obliczeń

W pracy rozpatrzono transformator impulsowy o strukturze osiowosymetrycznej z rdzeniem wykonanym z materiału ferrytowego 3C90 i uzwojeniami taśmowymi. Liczba zwojów każdego z uzwojeń wynosiła 15 zwojów. Wartości parametry schematu zastępczego transformatora oraz analizę jego stanów wykonano dla przypadku, w którym dla każdego z obwodów Cauera liczba gałęzi wynosiła $q = 4$. Na podstawie przeprowadzonych obliczeń z wykorzystaniem opracowanego modelu uzyskano wartości parametrów obwodów, które zawarto w Tabeli 1 oraz Tabeli 2, odpowiednio dla gałęzi poziomych oraz gałęzi poprzecznej

Tabela 1. Wartości parametrów obwodów Cauera dla gałęzi poziomych

R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]
0.150	0.154	69.587	104.292
L_1 [mH]	L_2 [mH]	L_3 [mH]	L_4 [mH]
1.499	0.046	0.770	1.661

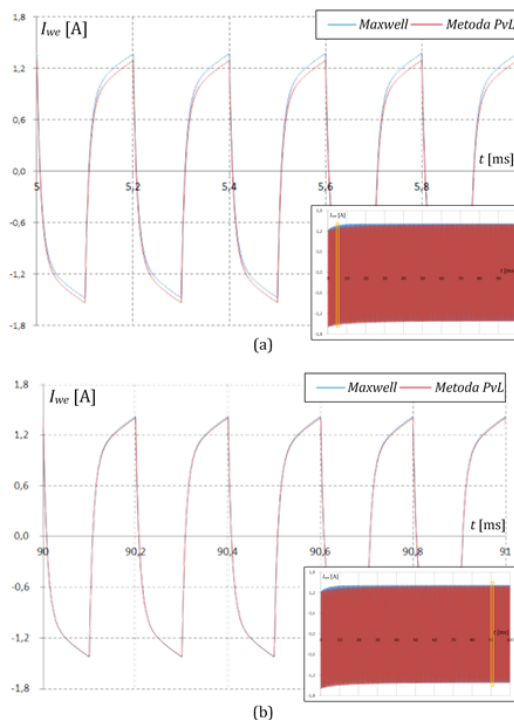
Tabela 2. Wartości parametrów obwodu Cauera dla gałęzi poprzecznej

R_{M1} [Ω]	R_{M2} [Ω]	R_{M3} [Ω]	R_{M4} [Ω]
77.278	101.537	324.649	2129.2
M_1 [mH]	M_2 [mH]	M_3 [mH]	M_4 [mH]
2.971	1.026	0.967	3.635

Otrzymane powyżej wartości parametrów posłużyły Autorom do budowy schematu zastępczego badanego transformatora przedstawionego na rysunku 1, celem analizy jego stanów pracy. Analizę stanów pracy transformatora wykonano dla napięcia zasilającego o przebiegu prostokątnym i zerowej wartości składowej stałej. Wartość amplitudy napięcia zasilającego przyjęto równą 12 V a częstotliwość f okresu sygnału podstawowego równą 5 kHz. Transformator obciążono rezystancją R_0 o wartości 10 Ω.

Na rysunku 2 zestawiono przebiegi prądów I_{we} uzwojenia strony pierwotnej transformatora dla dwóch wybranych chwil czasowych, tj.: (a) chwili równej $\Delta t = 5 \text{ ms}$ (rys.2a) oraz (b) chwili $\Delta t = 90 \text{ ms}$ (rys.2b). Przebiegi prądu uzyskano na podstawie zaproponowanego schematu zastępczego oraz 2D modelu polowego opracowanego w programie Maxwell. Liczba równań MES uzyskanych w oprogramowaniu komercyjnym wynosiła ok. 25 tysięcy.

Na rysunku 3 porównano natomiast przebiegi prądu uzwojenia strony wtórnej transformatora I_{wy} , odpowiednio na rysunku 3a zestawiono przebiegi dla chwili równej $\Delta t = 5 \text{ ms}$ oraz na rysunku 3b dla chwili $\Delta t = 90 \text{ ms}$.



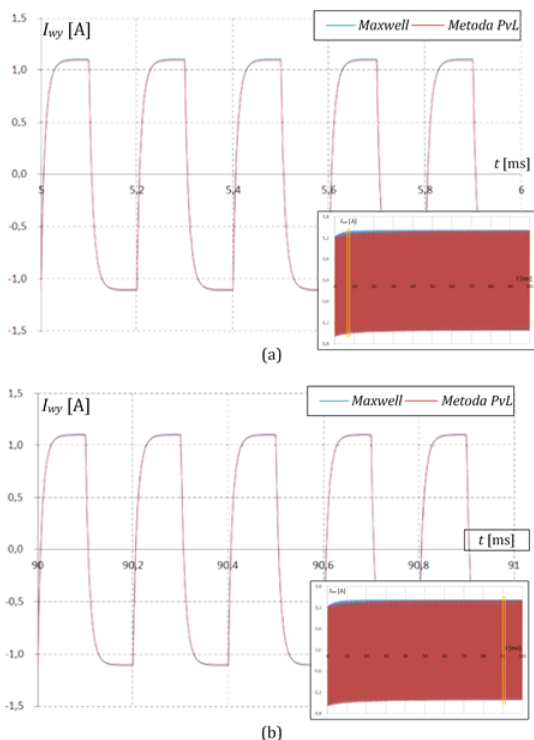
Rys. 2. Zestawienie przebiegów prądu uzwojenia strony pierwotnej I_{we} dla chwil: (a) $\Delta t = 5 \text{ ms}$ oraz (b) $\Delta t = 90 \text{ ms}$

Na podstawie podanych przebiegów można zauważyć dużą zgodność wyników obliczeń na podstawie zaproponowanego w pracy schematu zastępczego transformatora z wynikami uzyskanymi na podstawie modelu polowego. W celu potwierdzenia jednak tej wiarygodności Autorzy wyznaczyli względną różnicę $\epsilon_{\Delta t}$ pomiędzy wynikami uzyskanymi na modelu polowym a proponowanym w pracy schematem [15]:

$$(21) \quad \epsilon_{\Delta t} = \left(\frac{\sum_{s=1}^m (I_s^{FEM}(t_s) - I_s^{FC}(t_s))^2}{\sum_{s=1}^m (I_s^{FEM}(t_s))^2} \right)^{0.5},$$

gdzie: m reprezentuje liczbę próbek w dziedzinie czasu, $I_s^{FEM}(t_s)$ i $I_s^{FC}(t_s)$ są wartościami prądów uzyskanych odpowiednio w wyniku przeprowadzonej analizy polowej oraz proponowanego tu podejścia. W pracy wartość współczynnika wyznaczono dla obu prezentowanych przebiegów prądów dla wybranych chwil czasowych. Dla przebiegu prądu I_{we} oraz chwili $\Delta t = 5 \text{ ms}$ wartość $\epsilon_{\Delta t} = 5.63 \cdot 10^{-2}$ oraz $\epsilon_{\Delta t} = 1.12 \cdot 10^{-2}$ dla $\Delta t = 90 \text{ ms}$. Natomiast dla przebiegu prądu I_{wy} wartości wynosiły odpowiednio: $\epsilon_{\Delta t} = 1.32 \cdot 10^{-2}$ i $\epsilon_{\Delta t} = 1.01 \cdot 10^{-2}$. Ponadto należy zauważyć,

że czas potrzebny na jedno rozwiązanie problemu z dobrze dobraną wybraną siatką dyskretyzacją wynosił ok. 20 s przy ok. 3 s potrzebnych na obliczenia z wykorzystaniem schematu zastępczego.



Rys. 3. Zestawienie przebiegów prądu uzwojenia strony wtórnej I_{wy} dla chwil: (a) $\Delta t = 5 \text{ ms}$ oraz (b) $\Delta t = 90 \text{ ms}$

Podsumowanie

W artykule zaproponowano metodę tworzenia równoważnego modelu transformatora impulsowego z wykorzystaniem obwodów równoważnych Cauera uformowanych na podstawie modelu polowego. Przydatność metody w analizie zweryfikowano i potwierdzono na przykładzie. Otrzymane wyniki obliczeń porównano z wynikami uzyskanymi na pełnym modelu polowym. Osiągnięto zadowalający poziom dokładności przy jednoczesnym znacznym skróceniu czasu obliczeń w stosunku do czasu obliczeń profesjonalnego pakietu MES.

Praca powstała w wyniku realizacji projektu badawczego o nr 2020/37/N/ST7/02579 finansowanego ze środków Narodowego Centrum Nauki.

Autorzy: mgr inż. Milena Kurzawa, Politechnika Poznańska, Instytut Elektrotechniki i Elektroniki Przemysłowej, ul. Piotrowo 3a, 60-965 Poznań, E-mail: milena.kurzawa@put.poznan.pl; dr hab. inż. Rafał M. Wojciechowski prof. PP, Politechnika Poznańska, Instytut Elektrotechniki i Elektroniki Przemysłowej, ul. Piotrowo 3a, 60-965 Poznań, E-mail: rafal.wojciechowski@put.poznan.pl.

LITERATURA

- [1] Putz Ł., Bednarek K., Kasprzyk L., Analiza wyższych harmonicznych generowanych przez lampy LED, *Przegląd Elektrotechniczny*, 96 (2020), No. 4, 90 - 93
- [2] Ludowicz W., Wojciechowski R.M., Analysis of the distributions of displacement and eddy currents in the ferrite core of an electromagnetic transducer using the 2D approach of the edge element method and the harmonic balance method, *Energies*, 14 (2021), No. 13, 3980
- [3] Idziak P., Kowalski K., Kurzawa M., Wojciechowski R. M., Elektromagnetyczne zagrożenia środowiskowe generowane przez współczesne systemy elektryczne, *Materiały Konferencyjne Jakość Energii Elektrycznej 2021*, Dobięgniew 20 - 22.10.2021
- [4] Nowak L., Mikołajewicz J., Field circuit model of the dynamics of electromechanical device supplied by electronic power converters, *Compel*, 23 (2004), No. 4, 977 - 985
- [5] Łyskawiński W., Sujka P., Szelaż W., Barański M. Numerical analysis of hysteresis loss in pulse transformer, *Archives of Electrical Engineering*, 60 (2011), No. 2, 187-195
- [6] Skumiel A., Generation of a rotating high frequency magnetic field designed for use in magnetic hyperthermia, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 553 (2022), 169294
- [7] Wing O., *Classical Circuit Theory*, Springer 2008.
- [8] Sato Y., Igarashi H., Generation of equivalent circuit from-element model using model order reduction, *IEEE Trans. Magn.*, 52 (2016), No. 3.
- [9] Shimotani T., Sato Y., Igarashi H., Direct synthesis of equivalent circuits from reduced FE models using proper orthogonal decomposition, *Compel*, 35 (2016), No. 6, 2035 - 2044
- [10] Halawa J., Determination of PI and PID controllers settings using Pade' approximation, *Przegląd Elektrotechniczny*, 85 (2009), No. 7, 54 - 96
- [11] Bai Z., Freund R. W., A partial Padé-via-Lanczos method for reduced-order modeling, *Linear Algebra and its Applications* 332-334 (2001), 139-164
- [12] Feldmann P., Freund R. W., Efficient linear circuit analysis by Pade approximation via the Lanczos process, *IEEE Trans. Comput.-Aided Des. Integr. Circuits Syst.*, (14) 1995, No. 5, 639-649
- [13] Demenko A., Sykulski J.K., Magneto-electric network models in electromagnetism, *Compel*, 25 (2006), No. 3, 581-8
- [14] R.M. Wojciechowski, C. Jedryczka, The analysis of stray losses in tape wound concentrated windings of the permanent magnet synchronous motor, *Compel*, 34 (2015), No. 3, 766-777
- [15] Kurzawa M., Jedryczka C., Wojciechowski R. M., Analysis of eddy current system using equivalent multi - branch Foster circuit and edge element method, *19th International Conference Computational Problems of Electrical Engineering*, 2018, 1-4