

doi:10.15199/48.2024.12.57

Niepewność jednoczesnego pomiaru dwoma miernikami

Streszczenie. W artykule, na podstawie definicji, przedstawiono szacowanie niepewności jednoczesnego pomiaru tej samej wielkości dwoma miernikami. Zaprezentowano zależności złożonej niepewności standardowej pomiaru dla ogólnego przypadku rozkładów jednostajnych jednak różnych wartości maksymalnego błędu dopuszczalnego mierników. Wykazano, że złożona niepewność standardowa zależy od różnicy wskazań mierników i zmniejsza się wraz ze wzrostem tej różnicy.

Abstract. In the article, on the basis of definition, a method of calculating the uncertainty of simultaneous measurement of the same quantity by two measuring instruments is given. The dependence of the combined standard uncertainty of measurement for the general case of uniform distributions but different values of the maximum permissible error of meters is presented. It is shown that the combined standard uncertainty depends on the difference in the readings of the meters and decreases as the difference increases. (**Uncertainty of simultaneous measurement by two measuring instruments**)

Słowa kluczowe: pomiar, miernik, maksymalny błąd dopuszczalny, niepewność, rozkład prawdopodobieństwa
Keywords: measurement, measuring instrument, maximal permissible error, uncertainty, probability distribution

Wstęp

W stosunku do wykonywanych oficjalnie pomiarów o dowolnej dokładności i we wszystkich dziedzinach - od pomiarów handlowych do pomiarów naukowych - wymagane jest szacowanie ich niepewności [1]. W tym dokumencie niepewność pomiaru zdefiniowano jako: parametr, związany z wynikiem pomiaru, charakteryzujący rozrzut wartości, które można w uzasadniony sposób przypisać wielkości mierzonej. W tym miejscu należy sprecyzować, że chodzi o rozrzut możliwych wartości wielkości mierzonej wokół wyniku, a nie na odwrót. Według tej definicji formalnej, niezależnie od sposobu szacowania, w pełni poprawne obliczanie niepewności możliwe jest przy znajomości rozkładu prawdopodobieństwa $p(X|x_m)$, który opisuje rozrzut możliwych wartości wielkości mierzonej X wokół uzyskanego wyniku pomiaru x_m . Wtedy niepewność standardowa wyznaczana jest według wzoru:

$$(1) \quad u(X|x_m) = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} (X - m_x)^2 p(X|x_m) dX}.$$

W zależności (1) wynik pomiaru x_m jest znany, tj., nie jest losowy, natomiast możliwe wartości X wielkości mierzonej, jako parametru położenia populacji, nie są znane i należy je interpretować jako losowe, skupione wokół wyniku x_m i opisywane rozkładem $p(X|x_m)$. Natomiast w teorii estymacji [2] w zastosowaniu metrologicznym, jest odwrotnie, przyjmuje się, że wartość parametru X populacji jest nielosowa, a możliwe wartości x estymatora parametru położenia, które interpretowane są jako możliwe wartości wyniku pomiaru, przyjmowane są jako losowe, dla których poszukiwany jest rozkład $p(x|X)$ przy zadanej wartości X .

Każdy pomiar wykonywany jest za pomocą odpowiednich narzędzi pomiarowych, w najprostszym przypadku – mierników. Producenci mierników są zobowiązani podawać informacje, na podstawie których można oszacować niepewność wykonanego pomiaru [1]. Jest oczywiste, że najbardziej pełną charakterystyką byłby rozkład prawdopodobieństwa $p(\Delta|X)$ możliwych wartości błędów miernika $\Delta = x_m - X$. Ogólnie mówiąc, rozkład $p(\Delta|X)$ jest rozkładem $p(x_m - X|X)$ możliwych wartości wyniku x_m przy zadanej wartości wielkości mierzonej X . Ten rozkład najczęściej jest symetryczny względem środka, a jego punktem odniesienia jest znana wartość wielkości mierzonej X .

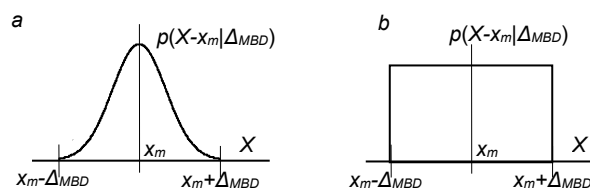
Do wyznaczania rozkładu $p(\Delta|X)$ należałoby przeprowadzić na szeroką skalę badania mierników danego typu, podobne do tych, jakie są wykonywane podczas ich kalibracji. Wytwórcy aparatury pomiarowej praktycznie nigdy nie podają takiego rozkładu prawdopodobieństwa. W przypadku braku znajomości rozkładu $p(\Delta|X)$ najczęściej przyjmuje się rozkład jednostajny, jako najgorszy [1].

W tej pracy analizowane będą pomiary z praktycznie stabilnymi wskazaniami mierników, ich niestabilność nie przekracza kilku cyfr najmniej znaczących, tj. do szacowania niepewności nie będzie stosowana metoda statystyczna (typu A). Natomiast niepewność będzie szacowana tylko metodą typu B, bazującą na danych wytwórcy mierników, tj. na ich MBD [1].

Wtedy według [1] w zależności od posiadanej informacji przyjmuje się pewny rozkład w granicach $\pm\Delta_{MBD}$:

$$(2) \quad p(\Delta|X) = \begin{cases} \frac{1}{2 \cdot \Delta_{MBD}}, & |x_m - X| \leq \Delta_{MBD}, \\ 0, & \text{inaczej.} \end{cases}$$

Jeśli podczas pomiaru uzyskuje się wynik x_m , i znany jest omawiany wyżej rozkład $p(\Delta|X) = p(x_m - X|\Delta_{MBD})$, wtedy wokół wyniku x_m uzyskuje się przedział możliwych wartości wielkości mierzonej X opisywany rozkładem $p(X - x_m|\Delta_{MBD})$, w którym punktem odniesienia jest wartość wyniku x_m (Rys. 1). Na Rys. 1a pokazano przypadek ogólny rozkładu możliwych wartości wielkości mierzonej wokół uzyskanego wyniku, a na Rys. 1b – rozkład jednostajny w przedziale $\pm\Delta_{MBD}$ wokół x_m . Należy podkreślić, że ponieważ w pomiarach praktycznych wartość X nie jest znana, rozkłady na Rys. 1 nie opisują wartości błędów pomiaru, a niepewność pomiaru tej wielkości przy zaobserwowanym wyniku x_m oraz znanych wartości MBD mierników.



Rys. 1. Rozkład możliwych wartości mierzonych przy zaobserwowanym wyniku x_m oraz znanych wartościach $\pm\Delta_{MBD}$: a – przypadek ogólny, b – rozkład jednostajny.

Wielokanałowe pomiary

Pomiary tej samej wielkości kilkoma miernikami tego samego lub różnego typu, czy kilkoma torami (kanałami) pomiarowymi, najczęściej wykorzystuje się w celu zwiększenia niezawodności pomiarów lub zwiększenia ich dokładności [3] - [5]. Niezawodność pomiarów jest bardzo ważna przy funkcjonowaniu obiektów, poprawna praca których ma bardzo ważne znaczenie dla społeczeństwa lub których awaria może spowodować niebezpieczne skutki, lub na obiektach trudno dostępnych. Do zwiększenia niezawodności pomiarów na takich obiektach najczęściej wykorzystuje się nadmiarowość lub redundancyjność [3] - [5]. Jest to ogólne podejście do zapewnienia niezawodności różnych systemów technicznych, w tym energetycznych, oraz związanych z nimi procesów informatycznych [6] - [8].

Jednym z najprostszych rozwiązań jest rozmieszczenie na obiekcie monitorowanym kilku sensorów pomiarowych [3] - [5], dzięki temu uszkodzenie części z nich nie spowoduje całkowitej utraty informacji o odpowiednim parametrze obiektu. Jest oczywiste, że stosując takie rozwiązanie, w pełnym zakresie niezawodność może być zapewniona, jeśli każdy sensor będzie wyposażony w oddzielne niezbędne elementy toru przetwarzania sygnału (tj. każdy sensor jest częścią oddzielnego kanału pomiarowego). Na ogół niekoniecznie wszystkie sensory oraz odpowiednie układy kondycjonowania ich sygnałów powinny być tego samego typu, w pewnych przypadkach zapewnienie niezawodności pomiarów może być zapewnione jeśli sensory i odpowiednie tory pomiarowe są zbudowane na całym różnych prawach fizyki. Na przykład awaria systemu zasilania elektrycznego może powodować brak wyników pomiaru z mierników elektrycznych, natomiast mierniki działające na zasadzie czysto mechanicznej lub hydraulicznej, itp., mogą dostarczyć potrzebne dane pomiarowe.

Pomiary z wieloma miernikami stosowane są też w przypadku, kiedy dokładność pomiaru pojedynczym miernikiem nie jest wystarczająca. Stosowanie kilku mierników zapewnia randomizację wskazań, tj., występujących w nich oddziaływań systematycznych. Opracowanie randomizowanych w taki sposób wyników może zapewnić zwiększenie dokładności pomiaru w rozumieniu zmniejszenia niepewności.

Należy rozróżnić omawiane wyżej pomiary z równoległym pomiarem wielkości mierzonej kilkoma miernikami czy kanałami pomiarowymi od powszechnie wykorzystywanych i bardzo dobrze teoretycznie uzasadnionych pomiarów z wielokrotnymi obserwacjami tej samej wielkości mierzonej wykonywanych szeregowo w czasie [1]. Zwykle klasyczna metoda pomiarów z wielokrotnymi obserwacjami zakłada, że obserwacje są losowe, najczęściej nieskorelowane i są podporządkowane temu samemu rozkładowi prawdopodobieństwa, inaczej mówiąc, pobrane z tej samej populacji [1].

W odniesieniu do pomiaru dwoma (na ogół wieloma) miernikami klasyczne podejście do oceny niepewności pomiaru zazwyczaj wykonywane jest na zasadzie pomiarów pośrednich [1]. Mianowicie, w klasycznym podejściu [1] podczas pomiaru dwoma miernikami o różnych wartościach MBD Δ_{MBD1} oraz Δ_{MBD2} przy zaobserwowanych wskazaniach x_1 oraz x_2 mierników najlepszy wynik zapewniający najmniejszą złożoną niepewność standardową wyznaczany jest jako wartość ważona obydwu wskazań ze współczynnikami wagowymi a_1, a_2 :

$$(3) \quad x'_m = a_1 x_1 + a_2 x_2,$$

gdzie współczynniki wagowe są wyznaczone na podstawie niepewności standardowej każdego wyniku i z warunku minimalnej wartości złożonej niepewności pomiaru:

$$(4) \quad a_1 = a = \frac{\Delta_{MBD2}^2}{\Delta_{MBD1}^2 + \Delta_{MBD2}^2};$$
$$a_2 = 1 - a = \frac{\Delta_{MBD1}^2}{\Delta_{MBD1}^2 + \Delta_{MBD2}^2}.$$

Na podstawie (3) i (4) wyznaczona w klasyczny sposób złożona niepewność standardowa pomiaru dwoma miernikami jest równa:

$$(5) \quad u'_c(X) = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{\Delta_{MBD1} \cdot \Delta_{MBD2}}{\sqrt{\Delta_{MBD1}^2 + \Delta_{MBD2}^2}}$$

i jest niezależna od wskazań mierników.

W przypadku jednakowych MBD złożona niepewność standardowa ma postać:

$$(6) \quad u'_c(X) = \frac{\Delta_{MBD}}{\sqrt{6}},$$

tj. jest o pierwiastek z dwóch mniejsza od niepewności pomiaru pojedynczym miernikiem.

Jednak takie podejście do szacowania niepewności pomiaru dwoma miernikami nie odpowiada definicji niepewności, ponieważ zakłada się, że przy zaobserwowanych wskazaniach mierników wartości wielkości mierzonej są niezależne pomiędzy sobą. W rzeczywistości, ponieważ mamy jednoczesny pomiar tej samej wielkości dwoma miernikami, możliwe wartości wielkości mierzonej powinny być wyznaczone na podstawie wspólnej analizy niepewności pomiaru tymi miernikami oraz wzajemnego usytuowania ich wskazań.

W [7] przedstawiono wyniki badania niepewności pomiaru dwukanałowego przy założeniu jednakowych rozkładów oraz jednakowych wartości MBD dwóch mierników. Jest to pewne uproszczenie, które często nie jest spełnione, ponieważ w takich pomiarach mogą być wykorzystane mierniki lub tory pomiarowe o różnych parametrach, a nawet, jak było zaznaczone wyżej, działające na różnych prawach fizycznych.

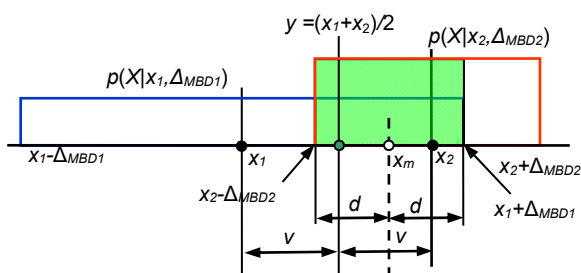
Celem pracy jest szacownie według definicji niepewności jednoczesnego pomiaru wielkości dwoma miernikami o różnych wartościach MBD oraz porównanie niepewności z wartością obliczoną metodą klasyczną.

Niepewność pomiaru wielkości dwoma miernikami o różnych wartościach MBD

Założymy, że mierniki charakteryzują się różnymi wartościami MBD: $\Delta_{MBD1} > \Delta_{MBD2}$, oraz jednostajnymi rozkładami wartości błędów w przedziałach wartości odpowiednio $\pm \Delta_{MBD1}$ oraz $\pm \Delta_{MBD2}$. Jest oczywiste, że podczas pomiaru wielkości X w ogólnym przypadku różne wskazania obydwu mierników x_1 oraz x_2 mieszczą się w granicach ich MBD, tj., odpowiadają warunkom:

$$(7) \quad X - \Delta_{MBD1} \leq x_1 \leq X + \Delta_{MBD1};$$
$$X - \Delta_{MBD2} \leq x_2 \leq X + \Delta_{MBD2}.$$

Przy zaobserwowanych wskazaniach mierników rozkłady możliwych wartości wielkości mierzonej $p(X|x_1, \Delta_{MBD1})$, $p(X|x_2, \Delta_{MBD2})$ pokazano na Rys. 2 odpowiednio kolorami niebieskim i czerwonym. Jest oczywiste, że w tym przypadku możliwe wartości wielkości mierzonej X powinny odpowiadać jednocześnie obydwu tym rozkładom, tj., znajdować się we wspólnej części tych rozkładów, zaznaczonej na Rys. 2 kolorem zielonym.



Rys. 2. Interwał niepewności pomiaru tej samej wielkości dwoma miernikami o różnych wartości MBD.

Z Rys. 2 wynika, że zakres możliwych wartości X wielkości mierzonej, który jest interwałem niepewności pomiaru tej wielkości, spełnia warunek:

$$(8) \quad x_2 - \Delta_{MBD2} \leq X \leq x_1 + \Delta_{MBD1} .$$

Środek tego interwału, jako najlepsza wartość wyniku pomiaru, wynosi:

$$(9) \quad x_m = \frac{x_1 + x_2}{2} + \frac{\Delta_{MBD1} - \Delta_{MBD2}}{2} = y + \frac{\Delta_{MBD1} - \Delta_{MBD2}}{2} ,$$

gdzie $y = (x_1 + x_2) / 2$ jest wartością średnią wskazań mierników. Według (8) i Rys. 2 połowa szerokości interwału niepewności d jest równa:

$$(10) \quad d = \frac{x_1 - x_2}{2} + \frac{\Delta_{MBD1} + \Delta_{MBD2}}{2} = \frac{\Delta_{MBD1} + \Delta_{MBD2}}{2} - v .$$

gdzie $v = (x_2 - x_1) / 2$ jest połową różnicy wskazań mierników.

Z (9) widać, że jeśli stosuje się mierniki o różnych wartościach MBD: $\Delta_{MBD1} \neq \Delta_{MBD2}$, wtedy wartość najlepszego wyniku pomiaru (x_m) nie jest równa wartości średniej wskazań obydwu mierników (y), a jest przesunięta względem tej wartości o wartość połowy różnicy MBD: $(\Delta_{MBD1} - \Delta_{MBD2}) / 2$. Tylko przy stosowaniu mierników z jednakowymi wartościami MBD ($\Delta_{MBD1} = \Delta_{MBD2}$) wartość średnia wskazań jest najlepszym wynikiem pomiaru $x_m = y$.

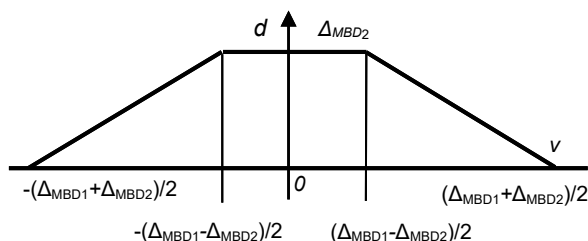
Na ogół wskazania mierników mogą być uśredniane w inny niż pokazany na Rys. 2 sposób, mianowicie możliwe jest, że $x_2 < x_1$ czy $x_2 = x_1$ itp. To znaczy, że połowa rozstępu v wskazań mierników może mieć różne wartości i znaki. Jednak maksymalny zakres zmienności połowy rozstępu wynosi $\pm(\Delta_{MBD1} + \Delta_{MBD2}) / 2$. Dlatego w ogólnym przypadku przy założeniu $\Delta_{MBD1} \geq \Delta_{MBD2}$ połowa szerokości interwału niepewności w zależności od modułu połowy rozstępu $|v|$ wskazań mierników może być opisana wzorem:

$$(11) \quad d = \begin{cases} \Delta_{MBD2}, & 0 \leq |v| \leq \Delta_{MBD,r} , \\ \Delta_{MBD,s} - |v|, & \Delta_{MBD,r} \leq |v| \leq \Delta_{MBD,s} , \end{cases}$$

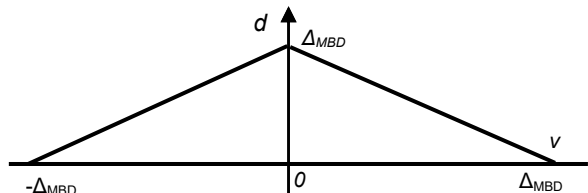
$$\text{gdzie } \Delta_{MBD,s} = \frac{\Delta_{MBD1} + \Delta_{MBD2}}{2} , \Delta_{MBD,r} = \frac{\Delta_{MBD1} - \Delta_{MBD2}}{2} .$$

Zależność (11) pokazano na Rys. 3. Jeśli stosuje się mierniki o jednakowej wartości MBD ($\Delta_{MBD1} = \Delta_{MBD2} = \Delta_{MBD}$), wtedy zależność trapezowa (11) przekształca się w trójkątną (Rys. 4):

$$(12) \quad d = \begin{cases} \Delta_{MBD} - |v|, & 0 \leq |v| \leq \Delta_{MBD} , \\ 0, & \text{inaczej} . \end{cases}$$



Rys. 3. Zależność połowy szerokości interwału niepewności od połowy różnicy wskazań mierników.



Rys. 4. Zależność połowy szerokości interwału niepewności od połowy różnicy wskazań mierników o jednakowych MBD.

Złożona niepewność standardowa pomiaru dwoma miernikami

Jak widać z Rys. 2, przy różnych szerokościach ($2d$) interwał niepewności ma kształt prostokątny, tj., możliwe wartości wielkości mierzonej X opisywane są rozkładem jednostajnym, jednak o różnej szerokości (12):

$$(13) \quad p(X|v, d) = \frac{1}{2d} \begin{cases} 1, & 0 \leq |v| \leq \Delta_{MBD,s} , \\ 0, & \text{inaczej} . \end{cases}$$

Na podstawie (13) i (11) złożona niepewność standardowa pomiaru dwoma miernikami jest równa $u_c(X) = d / \sqrt{3}$, tj.:

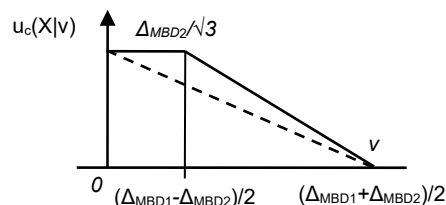
$$(14) \quad u_c(X) = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{cases} \Delta_{MBD2}, & 0 \leq |v| \leq \Delta_{MBD,r} , \\ \Delta_{MBD,s} - |v|, & \Delta_{MBD,r} \leq |v| \leq \Delta_{MBD,s} . \end{cases}$$

To znaczy, że złożona niepewność standardowa zależy od modułu połowy rozstępu wskazań mierników $|v|$ i wartości MBD wykorzystywanych mierników. Złożona niepewność standardowa (14) jest pokazana linią ciągłą na Rys. 5, z którego wynika, że kształt zależności niepewności powtarza kształt zależności d (11) od v .

W przypadku mierników o jednakowych MBD zgodnie z (12) niepewność standardowa pomiaru opisywana jest wzorem:

$$(15) \quad u_c(X) = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{cases} \Delta_{MBD} - |v|, & 0 \leq |v| \leq \Delta_{MBD} , \\ 0, & \text{inaczej} . \end{cases}$$

Na Rys. 5 ta zależność jest pokazana linią kreskowaną.



Rys. 5. Zależność złożonej niepewności standardowej od połowy rozstępu wskazań mierników: przypadek ogólny - linia ciągła, mierniki o jednakowych MBD - linia kreskowana.

Porównanie wartości niepewności z wartościami wyznaczonymi na podstawie podejścia klasycznego

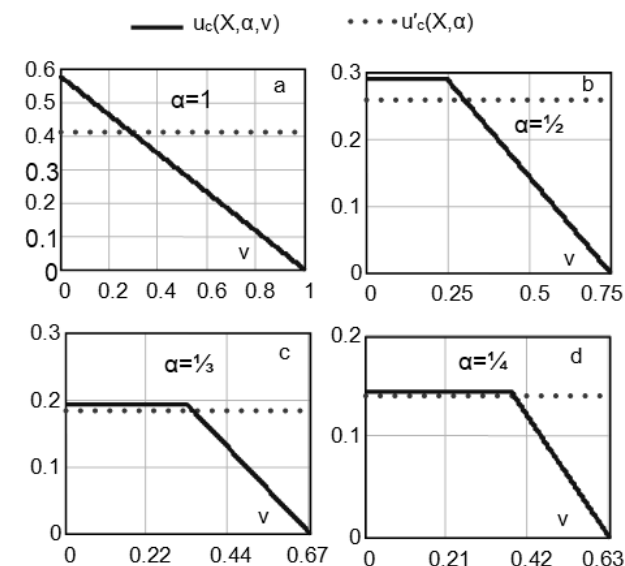
Wyrazimy wartości MBD mierników w następujący sposób: $\Delta_{MBD1}=\Delta_{MBD}$, $\Delta_{MBD2}=\alpha\Delta_{MBD1}=\alpha\Delta_{MBD}$, gdzie $0\leq\alpha\leq 1$. Wtedy złożona niepewność standardowa (14) ma postać:

$$(16) \quad u_c(X) = \frac{\Delta_{MBD}}{\sqrt{3}} \begin{cases} \alpha, & 0 \leq \frac{|v|}{\Delta_{MBD}} \leq \frac{1-\alpha}{2}, \\ \frac{1+\alpha}{2} - \frac{|v|}{\Delta_{MBD}}, & \frac{1-\alpha}{2} \leq \frac{|v|}{\Delta_{MBD}} \leq \frac{1+\alpha}{2}. \end{cases}$$

Natomiast niepewność standardowa (5) w metodzie klasycznej jest równa:

$$(17) \quad u'_c(X) = \frac{\Delta_{MBD}}{\sqrt{3}} \frac{\alpha}{\sqrt{1+\alpha^2}}.$$

Na Rys. 6 przedstawiono zależności niepewności (16) i (17) dla czterech wybranych wartości α : 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ oraz $\frac{1}{4}$. Z przedstawionych na tym rysunku wykresów widać, że obliczona według definicji niepewność standardowa zmniejsza się przy zwiększeniu różnicy wskazań mierników i jest mniejsza od stałej wartości niepewności obliczonej metodą klasyczną. Natomiast przy zbliżonych wskazaniach mierników, tj. małej różnicy wskazań, niepewność według metody klasycznej jest nieco mniejsza. Przy $\alpha=1, \dots, 1/2$ (Rys. 6a,6b) jeśli $|v|/\Delta_{MBD} \approx 1/3$, wtedy oczekuje się mniejszej wartości niepewności standardowej w porównaniu z wartością uzyskaną metodą klasyczną. Jednak, jeśli MBD jednego z mierników staje coraz mniejszy od MBD drugiego (α maleje), wtedy przy małych różnicach wskazań mierników niepewności obliczone obydwojma sposobami są bliskie sobie. Przy małych wartościach $\alpha < 1/3$, tj. jeśli jeden z mierników jest około 3 krotnie dokładniejszy od drugiego, maksymalne wartości złożonej niepewności standardowej obliczonych obydwojma sposobami są bliskie sobie (Rys. 6c,6d). Zmniejszenie niepewności obliczonej według definicji w porównaniu z wartością obliczoną klasyczną metodą występuje w tym przypadku przy około $|v|/\Delta_{MBD} \approx 0.33, \dots, 0.4$.



Rys. 6. Porównanie złożonych niepewności standardowych pomiaru dwoma miernikami obliczonych według definicji ($u_c(X, \alpha, v)$) oraz metodą klasyczną ($u'_c(X, \alpha)$).

Podsumowanie

Ponieważ według definicji niepewność pomiaru wyznaczana jest przez rozkład prawdopodobieństwa możliwych wartości wielkości mierzonej wokół uzyskanego wyniku, dlatego podczas pomiaru wielkości dwoma miernikami ten rozkład i stąd poprawna wartość złożonej niepewności standardowej zależne są od wzajemnego usytuowania wskazań oraz wartości MBD tych mierników. Tj. niepewność standardowa pomiaru jest funkcją modułu połowy różnicy wskazań mierników.

Przy równych wskazaniach obu mierników ($x_2=x_1$) złożona niepewność standardowa jest równa niepewności standardowej określonej na podstawie MBD dokładniejszego miernika. Ta wartość jest większa o pierwiastek z dwóch od niezależnej od wskazań mierników niepewności obliczonej metodą klasyczną.

Z drugiej strony, gdy odstęp między wskazaniem mierników wzrasta, obliczona według definicji niepewność standardowa maleje. Teoretycznie niepewność dąży nawet do zera, jeśli połowa różnicy wskazań obu mierników przyjmuje maksymalną wartość równą średniej wartości MBD obydwu mierników. Jeśli MBD jednego z mierników nie jest ponad dwukrotnie mniejsza od MBD drugiego, wtedy, jeśli połowa różnicy wskazań jest większa od około 1/3 od wartości średniej MBD, niepewność według definicji jest mniejsza od niepewności klasycznej.

Jeśli dokładność jednego z mierników jest ponad dwukrotnie większa od drugiego, wtedy przy małych różnicach wskazań mierników obydwojma metody dają w przybliżeniu tą samą niepewność, równą niepewności obliczonej według dokładniejszego miernika. Jeśli połowa różnicy wskazań jest większa od około 0,4 od wartości średniej MBD, niepewność według definicji jest mniejsza od niepewności klasycznej.

Autor: prof. dr hab. inż., Mykhaylo Dorozhovets, Politechnika Rzeszowska im. I. Łukasiewicza, Wydział Elektrotechniki i Informatyki, Katedra Metrologii i Systemów Diagnostycznych, ul. Wincentego Pola 2, 35-959 Rzeszów, E-mail: michdor@prz.edu.pl

LITERATURA

- [1] Evaluation of measurement data—Guide to the expression of uncertainty in measurement Joint Committee for Guides in Metrology, JCGM 100:2008.
- [2] Kendall M.G., Stewart A., The Advanced Theory of Statistics. Vol. 2: Inference and Relationship. Macmillan 1977, p.748.
- [3] Pomysł na zwiększenie niezawodności i dokładności pomiarów temperatury i wilgotności. <https://www.Stacje-pogody.pl>. 2023.
- [4] Granig W., Faller L-M., Hammerschmidt D., Zangl H., Dependability considerations of redundant sensor systems. *Reliability Engineering & System Safety* 190 (2019), 106522.
- [5] Velázquez J.M.R., Latorre L., Maily F., Nouet P., A New Algorithm for Fault Tolerance in Redundant Sensor Systems Based on Real-Time Variance Estimation. *IEEE Sensors Journal* 22(15), (2022) DOI: 10.1109/JSEN.2022.3186636.
- [6] Chen X., Wie F., Cao S., Soh C. B. and Tseng K. J., PMU Placement for Measurement Redundancy Distribution Considering Zero Injection Bus and Contingencies, in *IEEE Systems Journal* 14 (2020), no 4, 5396-5406.
- [7] Szega M., Nowak G.T., An optimization of redundant measurements location for thermal capacity of power unit steam boiler calculations using data reconciliation method. *Energy* 92 (2015), Part 1, 135-141.
- [8] Paska J., Marchel P., Elektroniczny model niezawodności obiektu nieodnawialnego. *Przegląd Elektrotechniczny* 91 (2015), nr 2, 137-141.
- [9] Dorozhovets M., Type B uncertainty of two-channel measurements. *Ukrainian Metrological Journal*, 2022, no 4, 24-29.