

## Hybrydowy ślizgowy obserwator Luenbergera w układzie napędowym z połączeniem elastycznym

**Streszczenie.** W artykule przedstawiono zagadnienia związane estymacją zmiennych stanu w układzie napędowym z połączeniem sprężystym. Dokładna informacja o zakłóceniach jest niezbędna w celu zastosowania zaawansowanej struktury sterowania. W pracy przebadano hybrydowy ślizgowy obserwator Luenbergera. Proponowany algorytm jest połączeniem klasycznego obserwatora Luenbergera oraz części ślizgowej. Zaproponowana struktura zwiększa odporność estymatora na szumy pomiarowe i parametryczne. W właściwości obserwatora przetestowano na stanowisku laboratoryjnym wyposażonym w silniki PMSM. Otrzymane wyniki porównano do rozwiązania klasycznego.

**Abstract.** The article presents issues related to the estimation of state variables in a drive system with a flexible connection. Accurate information about disturbances is necessary to implement an advanced control structure. In this work, Luenberger's hybrid sliding observer was tested. The proposed algorithm is a combination of the classic Luenberger observer and the sliding part. The proposed structure increases the estimator's resistance to measurement and parametric noise. The observer properties were tested on a laboratory stand equipped with PMSM engines. The obtained results were compared to the classical solution. (**Hybrid sliding Luenberger observer for drive system with elastic connection**).

**Słowa kluczowe:** układ dwumasowy, obserwator Luenbergera, układ ślizgowy, estymacja stanu

**Keywords:** two-mass system, Luenberger observer, sliding mode, state estimation

### Wstęp

Obserwowany w ostatnich latach rozwój energoelektroniki i techniki mikroprocesorowej umożliwił opracowanie systemów umożliwiających praktycznie bezinercyjne wymuszenie momentu elektromagnetycznego w nowoczesnych silnikach elektrycznych [1]-[7]. Możliwość szybkiej kontroli momentu napędowego, z jednej strony poprawiło dynamikę regulacji prędkości/położenia układów, z drugiej jednak strony ujawniło właściwości rezonansowe części mechanicznych napędu. Problem drgań skrętnych był pierwotnie rozpatrywany w napędach dużej mocy takich jak napędy walcarek, taśmociągów czy maszyn w przemyśle tekstylnym lub papierniczym. Opisane zjawiska są również widoczne w nowoczesnych układach napędowych (serwonapędy, napędy robotów itp.), różnią się tylko zakresem częstotliwości [4]-[7].

Drgania skrętne można skutecznie stłumić przez zastosowanie jednej ze struktur sterowania. Ze względu na to, że klasyczna struktura sterowania z regulatorem PI nie jest wystarczająca do zapewnienia odpowiednich właściwości dynamicznych szuka się innych rozwiązań. Często modyfikuje się strukturę sterowania poprzez wprowadzenie do niej dodatkowego sprzężenia zwrotne od wybranej zmiennej stanu, najczęściej momentu skrętnego. Innym podejściem jest zastosowanie zaawansowanych metod sterowania, takich jak sterowanie predykcyjne [2], sterowanie FDC, układy wykorzystujące sztuczną inteligencję, w tym głównie logikę rozmytą, regulatory odporne [5], regulatory stanu lub adaptacyjne [4]-[10].

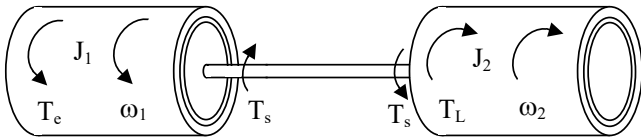
Zaawansowane struktury sterowania zapewniają odpowiednie właściwości dynamiczne układu oraz efektywne tłumienie drgań skrętnych [8]-[12]. Jednak wymagają one znajomości pełnego wektora stanu, zakłóceń, a często również parametrów. Ze względu na to, że w praktycznych realizacjach zazwyczaj nie ma możliwości pomiarów wszystkich wielkości wymagane jest zastosowanie odpowiednich techniki estymacji. Najprostszym rozwiązaniem jest obserwator zakłóceń. Jednakże dostarcza on informację jedynie o momencie skrętnym, co nie jest odpowiednim rozwiązaniem w tej sytuacji. Obserwator Luenbergera jest popularnym rozwiązaniem stosowanym w praktyce [13]. Wynika to z faktu łatwości dobór parametrów, zwykle za pomocą wyrażeń analitycznych. Dodatkowo, jego algorytm nie jest

złożony obliczeniowo. Jednak obserwator Luenbergera nie jest odporny na szumy pomiarowe i parametryczne. Drugim popularnym rozwiązaniem jest filtr Kalmana. Posiada on algorytm zdecydowanie bardziej odporny na szumy, ale jednocześnie charakteryzuje się większą złożonością obliczeniową. Dobór parametrów filtra Kalmana nie jest prosty w warunkach praktycznych, często używane są tutaj metody heurystyczne. W układach z dużym poziomem szumów stosuje się również estymatory z ruchomym oknem (moving horizon estimator MHE). W tym przypadku estymacja jest oparta na aktualnej i serii poprzednich próbek. Podejście takie niestety ponownie wymaga jeszcze większej mocy obliczeniowej. Stosowane są również estymatory bazujące na sztucznej inteligencji. Jest ona wykorzystywana na dwa sposoby, jako niezależny układ estymacji lub jako układ wspomagający pracę klasycznego estymatora. Oddzielną grupę estymatorów stanowią estymatory wielowarstwowe [15], zapewniają odporność układu, pozwalają uzyskać większą dynamikę działania, jednak wymagają zastosowania co najmniej dwóch podstawowych układów w pierwszej warstwie. Przekłada się to na większą złożoność obliczeniową. Wszystkie wymienione algorytmy charakteryzują się skończoną odpornością na zakłócenia występujące w napędzie. Jednym ze sposobów zwiększenia odporności systemu jest projektowanie estymatorów hybrydowych łączących cechy różnych układów.

Podstawowym celem pracy są badania estymatora hybrydowego. Składa się on z dwóch współpracujących systemów: klasycznego obserwatora Luenbergera oraz części ślizgowej [16]-[17]. Układ klasyczny strojony jest na podstawie znamionowych parametrów obiektu. Zadaniem części ślizgowej jest eliminacja zakłóceń i stabilizacja przebiegów estymat. W pracy zaprezentowano strukturę estymatora hybrydowego. Jego właściwości zostały zweryfikowane na podstawie badań eksperymentalnych układu napędowego z silnikami PMSM.

### Model układu ze skończoną sztywnością wału

W pracy wykorzystano, powszechnie używany w niniejszych zagadnieniach, model układu dwumasowego z bezinercyjnym połączeniem sprężystym, którego schemat przedstawiono na rys. 1.



Rys.1. Schemat układu dwumasowego

Składa się on z dwóch brył połączonych za pomocą sprężystego wału. Pierwsza z nich odpowiada silnikowi napędowemu, druga odwzorowuje maszynę roboczą. Model matematyczny opisują poniższe równania 1-3 [4, 5].

$$(1) \quad J_1 \frac{d}{dt} \omega_1 = T_e - T_s$$

$$(2) \quad J_2 \frac{d}{dt} \omega_2 = T_s - T_L$$

$$(3) \quad T_s = D(\omega_1 - \omega_2) + K_c(\theta_1 - \theta_2)$$

gdzie:  $J_1, J_2$  – momenty bezwładności silnika i maszyny,  $\omega_1, \omega_2$  – prędkość obrotowa silnika i maszyny,  $T_e, T_s, T_L$  – momenty: elektromagnetyczny, skrętny, obciążenia,  $\theta_1, \theta_2$  – pozycje kątowe silnika i maszyny,  $K_c$  – współczynnik elastyczności,  $D$  – współczynnik tłumienia wału, indeksy 1 – silnik, 2 – maszyna robocza.

Należy zaznaczyć, że ze względu na niewielką wartość współczynnik  $D$  został pominięty w dalszych rozważaniach.

#### Klasyczny i hybrydowy ślizgowy obserwator Luenbergera

W ogólnym przypadku liniowy układ dynamiczny można opisać równaniami stanu [1]:

$$(4) \quad \frac{d}{dt} \mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t)$$

$$(5) \quad \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t)$$

Dla tak zdefiniowanego układu klasyczny obserwator Luenbergera przyjmuje postać:

$$(6) \quad \frac{d}{dt} \hat{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{K}[\mathbf{y}(t) - \hat{\mathbf{y}}(t)]$$

$$(7) \quad \hat{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}(t)$$

W przypadku gdy wektor stanu jest rozszerzony o moment obciążenia przyjmuje on postać:

$$(8) \quad \mathbf{x} = [\omega_1 \quad \omega_2 \quad T_s \quad T_L]^T$$

Wejściem i wyjściem systemu są odpowiednio moment elektromagnetyczny i prędkość silnika:

$$(9) \quad \mathbf{u} = T_e, \quad \mathbf{y} = \omega_1$$

Macierze stanu, sterowania, wyjść i współczynników zdefiniowane są w następujący sposób:

$$(10) \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1/J_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/J_2 & -1/J_2 \\ K_c & K_c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1/J_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

Widoczne w macierzy  $\mathbf{K}$  współczynniki korekcyjne obserwatora obliczone są z wykorzystaniem metody rozłożenia biegunów, zgodnie z wyrażeniami (12)-(15) [1]:

$$(11) \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T, \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} q_1/J_1 \\ q_3/J_2 \\ q_2 K_c \\ q_4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} k_1/J_1 \\ k_3/J_2 \\ k_2 K_c \\ k_4 \end{bmatrix}$$

$$(12) \quad q_1 = 4apJ_1$$

$$(13) \quad q_2 = \frac{J_1}{J_2} + 1 - \frac{J_1}{K_c} (4a^2 + 2) p^2$$

$$(14) \quad q_3 = 4apJ_1 \left( \frac{J_2}{K_c} p^2 - 1 \right)$$

$$(15) \quad q_4 = -\frac{J_1 J_2}{K_c} p^4$$

gdzie:  $a$  – współczynnik tłumienia,  $p$  – częstotliwość rezonansowa;  $a$  i  $p$  są parametrami projektowymi obserwatora.

Do rozważanego klasycznego obserwatora Luenbergera dodano część ślizgową. Jej zadaniem jest zwiększenie odporność układu na szумы pomiarowe i zmiany parametrów układu. Hybrydowy ślizgowy obserwator Luenbergera ma następującą postać (16)-(17):

$$(16) \quad \frac{d}{dt} \hat{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{K}[\mathbf{y}(t) - \hat{\mathbf{y}}(t)] + \mathbf{G}k([\mathbf{y}(t) - \hat{\mathbf{y}}(t)])$$

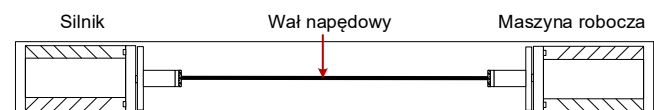
$$(17) \quad \hat{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}(t)$$

gdzie:  $\mathbf{G}$  – macierz współczynników układu ślizgowego,  $k$  – ślizgowa funkcja przełączająca

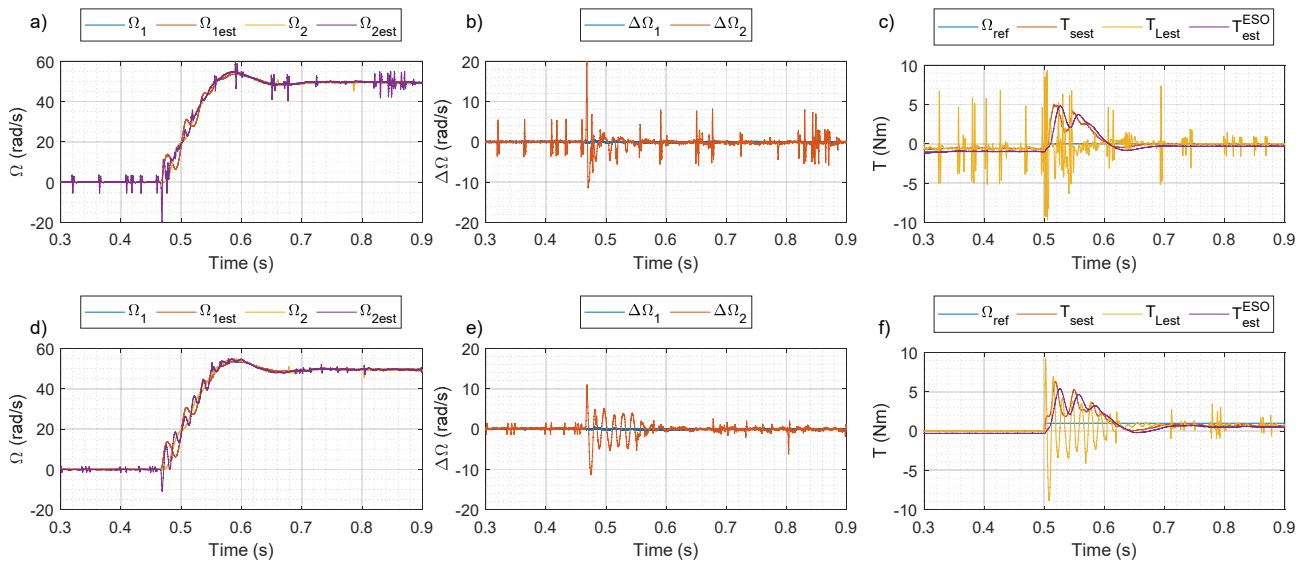
W klasycznym przypadku funkcja przełączająca ma postać funkcji *sgn*, jednak ze względów implementacyjnych przyjmuje się zwykle funkcję przełączającą w postaci funkcji ograniczenia (*sat*).

#### Wyniki badań

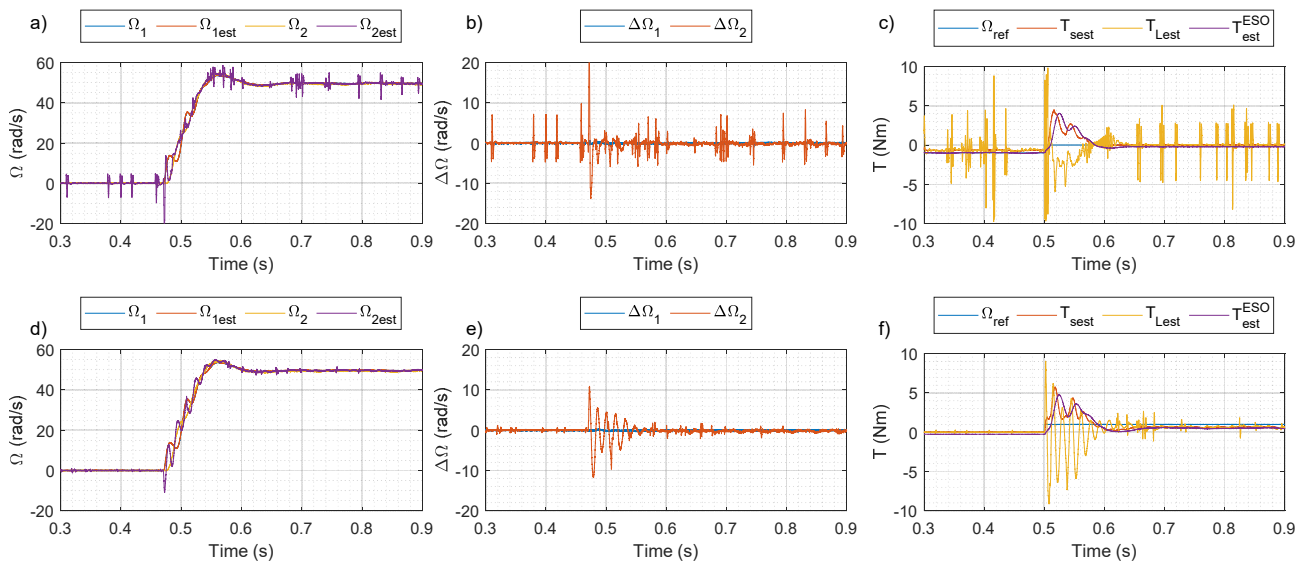
Stanowisko laboratoryjne składa się z dwóch silników synchronicznych z magnesami trwałymi połączonych długim (600mm) i cienkim (8mm) wałem. Układ pozwala na zmianę momentu bezwładności silnika i maszyny roboczej poprzez dołożenie stałych tarcz. Silnik zasilany jest przez trójfazowy falownik laboratoryjny, natomiast obciążenie regulowane jest przez przekształtnik przemysłowy Unidrive. W układzie mierzone są położenia kątowe silnika i maszyny roboczej, prędkość jest wyznaczana jako pochodna położenia po odfiltrowaniu przez filtr dolnoprzepustowy. Algorytm sterujący i estymatora implementowane są za pomocą układu z procesorem sygnałowym (DSP) Analog Devices Sharc ADSP21369. Schemat ideowy stanowiska laboratoryjnego zamieszczono na rys. 2.



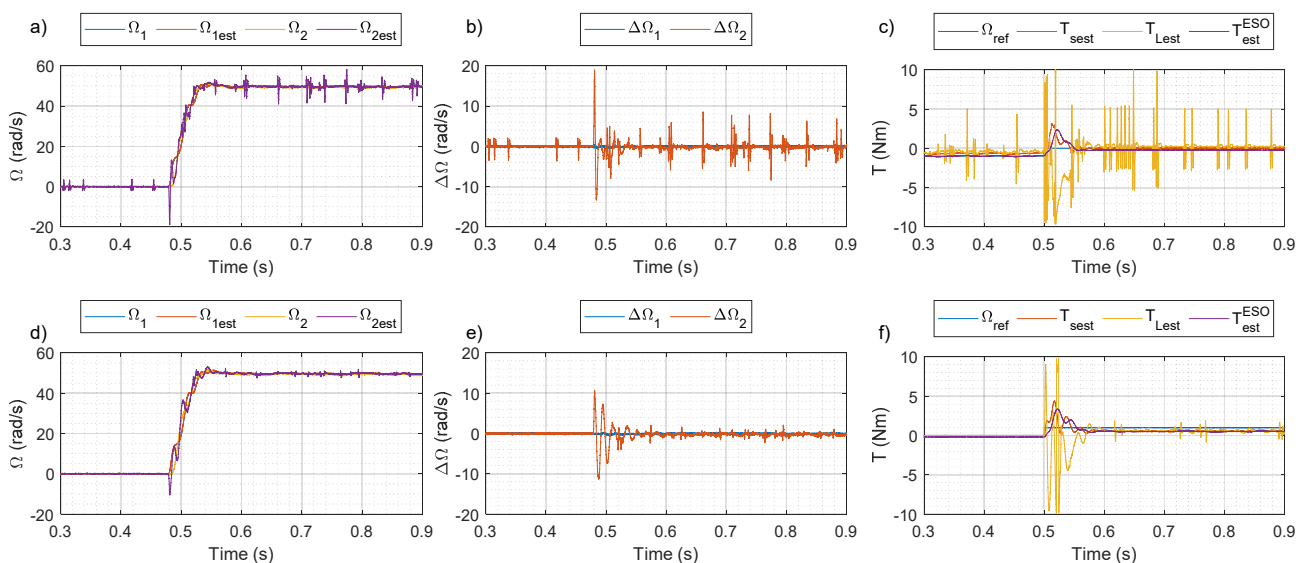
Rys.2. Schemat ideowy stanowiska laboratoryjnego



Rys.3. Przebiegi prędkości silnika i maszyny (a, d), uchybów prędkości (b, e), oraz momentów estymowanych: skrętnego i obciążenia (c, f), w układzie bez (a, b, c) i z (d, e, f) układem ślizgowym ( $J_2=0.00051\text{kg}\cdot\text{m}^2$ )



Rys.4. Przebiegi prędkości silnika i maszyny (a, d), uchybów prędkości (b, e), oraz momentów estymowanych: skrętnego i obciążenia (c, f), w układzie bez (a, b, c) i z (d, e, f) układem ślizgowym ( $J_2=0.00031\text{kg}\cdot\text{m}^2$ )



Rys.5. Przebiegi prędkości silnika i maszyny (a, d), uchybów prędkości (b, e), oraz momentów estymowanych: skrętnego i obciążenia (c, f), w układzie bez (a, b, c) i z (d, e, f) układem ślizgowym ( $J_2=0.00012\text{kg}\cdot\text{m}^2$ )

W przypadku znajomości parametrów obiektu i niskiego poziomu szumów klasyczny obserwator działa poprawnie. Z powodzeniem może być wykorzystany w zamkniętych strukturach regulacji. Problem się komplikuje, jeśli w układzie rzeczywistym występują dodatkowe, niemodelowane zakłócenia takie jak rezonanse wysokoczęstotliwościowe, nieprawidłowe zamocowania czujników, niedokładność w pomiarze prędkości. Powtarzające się zakłócenia wprowadzają do estymat wysokoczęstotliwościowe oscylacje które mogą znacząco pogorszyć działanie układu.

Plan badań był następujący: na początku układ był zatrzymany, następnie w chwili 0,48s nastąpił rozruch do prędkości 50 rad/s. Dzięki temu możliwe było sprawdzenie działania układu w stanie zatrzymania, w trakcie rozruchu oraz przy stałej prędkości. W pracy przedstawiono trzy przypadki. W każdym obserwator nastrojony był dla przypadku, w którym moment bezwładności maszyny wynosił  $0,00051 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ . Wyniki dla układu z i bez ruchu ślizgowego pokazano na rysunku 3. W drugim przypadku moment bezwładności maszyny wynosił  $0,00031 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ . W trzecim przypadku z kolei odpowiednio  $0,00012 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ . Oznaczało to, że układ działał kolejno z czterema, dwoma i bez dodatkowych tarcz po stronie maszyny roboczej. Przebiegi prędkości, błędów estymacji prędkości oraz estymowanych momentów skrętnego i obciążenia dla tych trzech przypadków przedstawiono odpowiednio na rysunkach 3 – 5. Obserwator działa niezależnie od układu sterowania. Analizując zaprezentowane przebiegi można stwierdzić, że w stanach ustalonych estymator z częścią ślizgową działa zdecydowanie lepiej. W przebiegach prędkości i momentów pojawiają się jedynie nieznaczne zniekształcenia. W układzie bez elementu ślizgowego te zniekształcenia mają zdecydowanie wyższy poziom i pojawiają się znacznie częściej. Zniekształcenia przebiegów momentów przenoszą się wzajemnie z sygnałów prędkości i momentów. Podczas zmniejszania momentu bezwładności w obu układach poziom zniekształceń się zmniejsza, jednak porównując przebiegi z częścią ślizgową i bez niej, to w układzie z ruchem ślizgowym w każdym z przedstawionych przypadków sygnały są gładziej i mniej zaszumione. Natomiast w stanach przejściowych w przebiegach momentu obciążenia w przypadku układu z elementem ślizgowym pojawiają się wolno tłumione oscylacje. Oscylacje te przenoszą się na estymowane przebiegi prędkości maszyny roboczej, widać to na rysunkach 3-5 f, na których przedstawiono błędy estymacji prędkości. Oscylacje gasną szybciej po zmniejszeniu momentu bezwładności po stronie maszyny roboczej. Rozwiązaniem w tej sytuacji byłoby wykrywanie stanu przejściowego i wyłączanie części ślizgowej w stanach dynamicznych.

## Podsumowanie

W pracy przedstawiono modyfikację algorytmu klasycznego obserwatora Luenbergera polegającą na wprowadzeniu dodatkowego elementu korekcyjnego, wykorzystującego ruch ślizgowy. Opracowany hybrydowy ślizgowy obserwator Luenbergera przetestowano w warunkach eksperymentalnych. W trakcie badań wykorzystano stanowisko laboratoryjne z silnikami PMSM. Przedstawione wyniki potwierdzają, że zastosowanie ruchu ślizgowego w strukturze obserwatora Luenbergera pozwala na wygładzenie przebiegów estymowanych zmiennych stanu, bez utraty dokładności i dynamiki estymacji. Pozytywne cechy prezentowanego układu widoczne są szczególnie w stanach ustalonych. Wynika to z faktu, że w tych stanach znaczącą rolę odgrywają szумы pomiarowe, eliminowane przez część ślizgową. W stanie przejściowym

w przebiegach estymowanego momentu skrętnego widoczne są z kolei słabo tłumione oscylacje (wynikające z zakłóceń parametrycznych). Zakłócenie to przenosi się na estymowaną wartość prędkości maszyny roboczej. Wydaje się, że rozwiązaniem w tej sytuacji mógłby być układ wykrywający stan przejściowy, na przykład taki jak zaprezentowany w pracy [13], który na czas stanu dynamicznego wyłączałby element ślizgowy w algorytmie obserwatora Luenbergera. Innym podejściem jest estymacja parametrów układu i linearyzacja macierzy stanu. Kwestia ta będzie rozpatrywana w kolejnych badaniach.

**Autorzy:** dr inż. Karol Wróbel ([karol.wrobel@pwr.edu.pl](mailto:karol.wrobel@pwr.edu.pl)), prof. dr hab. inż. Krzysztof Szabat ([krzysztof.szabat@pwr.edu.pl](mailto:krzysztof.szabat@pwr.edu.pl)) Politechnika Wroclawska, Katedra Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych, ul. Smoluchowskiego 19, 50-372 Wrocław; mgr inż. Bartłomiej Wicher ([bartlomiej.wicher@put.poznan.pl](mailto:bartlomiej.wicher@put.poznan.pl)), dr hab. inż. Stefan Brock ([stefan.brock@put.poznan.pl](mailto:stefan.brock@put.poznan.pl)), Politechnika Poznańska, Zakład Sterowania i Elektroniki Przemysłowej, ul. Piotrowo 3a, 60-965 Poznań.

## LITERATURA

- [1] Jastrzębski, M., Zawiaślak, R. (2023). Odporność nieliniowych, złożonych algorytmów sterowania serwonapędami z silnikami z magnesami trwałymi na czynniki związane z implementacją w układach rzeczywistych. *Przegląd Elektrotechniczny*, 99(4).
- [2] Zawiaślak, R. (2020). Weryfikacja wrażliwości obserwatora zredukowanego z kompensacją nieliniowości na niedokładną identyfikację parametrów silnika bezszczotkowego. *Przegląd Elektrotechniczny*, 96(7), 97-102.
- [3] Kabziński, J., Mosiołek, P. (2022). Adaptive, observer-based synchronization of different chaotic systems. *Applied Sciences*, 12(7), 3394.
- [4] Jastrzębski M., Mosiołek P., Adaptacyjne sterowanie położeniem ramienia w układzie napędu elektrycznego z nieliniowym połączeniem sprężystym, *Przegląd Elektrotechniczny*, 99 (2023), nr 4, 51-58
- [5] Serkies P., Gorla A., Sterowanie z wymuszoną dynamiką napędem elektrycznym o ruchu liniowym i skończonej sztywności konstrukcji, *Przegląd Elektrotechniczny*, 99 (2023), nr 4, 11-15
- [6] Malarczyk, M., Zychlewicz, M., Stanisławski, R., & Kamiński, M. (2023). Low-Cost Implementation of an Adaptive Neural Network Controller for a Drive with an Elastic Shaft. *Signals*, 4(1), 56-72.
- [7] Derugo, P.; Szabat, K.; Pajchrowski, T.; Zawirski, K. Fuzzy Adaptive Type II Controller for Two-Mass System. *Energies*, 15 (2022), 419.
- [8] Wróbel K., Śleszycki K., Odporny regulator stanu dla napędu z połączeniem sprężystym, *Przegląd Elektrotechniczny* 99.7 (2023), 9-12
- [9] Zychlewicz M., Stanisławski R., Szrek J., Malarczyk M., Kamiński M., Rozmyty regulator stanu układu dwumasowego, *Przegląd Elektrotechniczny* 99.3 (2023), 53-58
- [10] Kabziński, J., Mosiołek, P. (2022). Observer-Based, Robust Position Tracking in Two-Mass Drive System. *Energies*, 15(23), 9093.
- [11] Serkies, P., Gorla, A. (2021). Implementation of PI and MPC-Based Speed Controllers for a Drive with Elastic Coupling on a PLC Controller. *Electronics*, 10(24), 3139.
- [12] Serkies, P., Gorla, A., Sterowanie z wymuszoną dynamiką napędem elektrycznym o ruchu liniowym i skończonej sztywności konstrukcji. *Przegląd Elektrotechniczny*, 99 (2023), nr 4, 11-15.
- [13] Serkies, P., Szabat, K., Porównanie wybranych algorytmów estymacji zmiennych stanu napędu dwumasowego. *Przegląd Elektrotechniczny*, 99 (2023), nr 4, 16-21.
- [14] Kamiński, M., Implementacja nieliniowego obserwatora neuronowego dla napędu elektrycznego o złożonej części mechanicznej. *Przegląd Elektrotechniczny*, 95 (2019), nr 11, 208-214.
- [15] Szabat K. Wróbel K., Katsura S., Application of Multilayer Kalman Filter to a Flexible Drive System, *IEEE Journal of Industry Applications*, 11 (2022), No. 3, 483-493
- [16] Bartoszewicz, A. (1998). Discrete-time quasi-sliding-mode control strategies. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 45(4), 633-637.
- [17] Tarchała, G., Orłowska-Kowalska, T. (2018). Equivalent-signal-based sliding mode speed MRAS-type estimator for induction motor drive stable in the regenerating mode. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 65(9), 6936-6947.