

# Modele sygnałów stochastycznych w badaniach statystycznych metod pomiaru prędkości wykorzystujących warunkowe uśrednianie

**Streszczenie.** W artykule przedstawiono modele sygnałów stochastycznych uzyskiwanych w statystycznych pomiarach prędkości ciał stałych oraz mediów jedno- i dwufazowych w rurociągach oraz kanałach otwartych. W drugiej części pracy podano przykłady zastosowania tych modeli w badaniach metod pomiaru prędkości wykorzystujących warunkową wartość średnią modułu sygnału oraz warunkową wartość średnią modułu sygnału opóźnionego.

**Abstract.** The article presents models of stochastic signals obtained in statistical measurements of the velocity of solids and single- and two-phase media in pipelines and open channels. The second part of the work provides examples of the use of these models in the research on velocity measurement methods using the conditional average value of the signal module and the conditional average value of the delayed signal module. (Models of stochastic signals in research of statistical methods on velocity measurement using conditional averaging).

**Słowa kluczowe:** sygnały losowe, statystyczne metody pomiaru prędkości, funkcja korelacji wzajemnej, warunkowe uśrednianie  
**Keywords:** stochastic signal, statistical methods of velocity measurement, cross-correlation function, conditional averaging

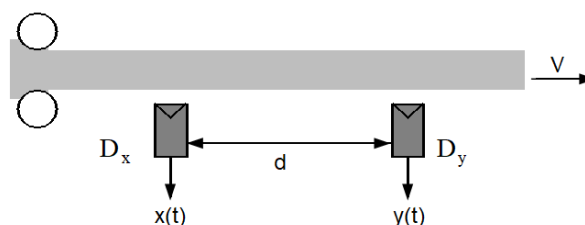
## Wstęp

W bezkontaktowych pomiarach parametrów transportu sztywnych ciał stałych oraz mediów takich jak ciecze, gazy, mieszaniny wielofazowe np. ciecz-gaz, ciecz-cząstki stałe w rurociągach i kanałach otwartych mogą być stosowane różne techniki pomiarowe [1,3]. Często sygnały otrzymywane z czujników (najczęściej pojemnościowych, optycznych, termicznych, radiacyjnych) w tego typu pomiarach są sygnałami stochastycznymi. W takich przypadkach użyteczne mogą być metody oparte na statystycznej analizie sygnałów. Do najczęściej stosowanych i opisywanych w literaturze należy metoda korelacji wzajemnej [4,5], w niektórych przypadkach możliwe jest też wykorzystanie fazy wzajemnej gęstości widmowej [5] oraz innych funkcji [6-8]. W symulacyjnych badaniach właściwości metrologicznych tych metod można wykorzystać modele sygnałów pomiarowych o określonych parametrach statystycznych, odpowiadające sygnałom rzeczywistym uzyskiwanym z czujników.

W niniejszej pracy opisano modele wzajemnie opóźnionych stacjonarnych sygnałów stochastycznych, które symulują sygnały uzyskiwane w pomiarach prędkości sztywnych ciał stałych oraz przykładowych mediów dwufazowych. W drugiej części artykułu przedstawiono przykłady zastosowania tych modeli w badaniach metod statystycznych wykorzystujących warunkowe uśrednianie sygnałów. Są to metody: warunkowej wartości średniej modułu sygnału oraz warunkowej wartości średniej modułu sygnału opóźnionego [9]. Do modelowania sygnałów i realizacji metod warunkowego uśredniania zastosowano oprogramowanie DASyLab. Artykuł jest poprawioną i rozszerzoną wersją referatów konferencyjnych [10,11].

## Komputerowe modele sygnałów stochastycznych w statystycznych pomiarach parametrów transportu ciał stałych i przepływów

Pomiar prędkości walcowania blach lub taśm metodami statystycznymi jest zagadnieniem prostszym od pomiaru prędkości przepływu. Przy zastosowaniu dwóch czujników  $D_x$  i  $D_y$ , usytuowanych w odległości  $d$  wzdłuż kierunku poruszającego się obiektu (rys. 1), wykorzystuje się modele sygnałów stochastycznych  $x(t)$  i  $y(t)$  uwzględniające tylko przesunięcie czasowe  $\tau_0$  lub przesunięcie  $\tau_0$  i niewielkie zakłócenie sygnału opóźnionego  $y(t)$ .



Rys.1. Idea bezkontaktowego pomiaru prędkości ciał stałych

Odpowiednie dyskretne modele sygnałów generowanych w przetwornikach można przedstawić wyrażeniem:

$$(1) \quad y(n) = ax(n - l_0) + z(n)$$

gdzie:  $x(n)$ ,  $y(n)$  - dyskretne modele stacjonarnych sygnałów o rozkładach normalnych  $N(0, \sigma_x)$ ,  $n = t_n/\Delta t$ ,  $t_n$  - dyskretne wartości czasu;  $\Delta t$  - krok próbkowania;  $a \approx 1$  - stały współczynnik;  $l_0 = \tau_0/\Delta t$  - dyskretna wartość opóźnienia;  $z(n)$  - zakłócenie o rozkładzie normalnym  $N(0, \sigma_z)$  nieskorelowane z sygnałami  $x(n)$  i  $y(n)$ .

Dla mieszanin dwufazowych ciecz-cząstki stałe w transporcie pneumatycznym lub ciecz-gaz w rurociągu przepływ ma często charakter turbulentny co powoduje, że sygnały z czujników istotnie się różnią już przy stosunkowo niewielkiej odległości  $d$ . Modele sygnałów można wówczas przedstawić wyrażeniem:

$$(2) \quad y(n) = ax(n - l_0) + f_1(l_0)z(n)$$

gdzie:  $f_1(l_0)$  - wartość w punkcie  $l = l_0$  funkcji dobranej w ten sposób, aby uzyskać wymagany charakter zmian amplitudy głównego maksimum funkcji korelacji wzajemnej przy zmianach opóźnienia.

Przy modelowaniu sygnałów oprócz przyjętego modelu opóźnienia, należy również uwzględnić zmiany widma sygnałów dla różnych prędkości obiektu.

Celem prac opisanych w tym artykule było uzyskanie modeli sygnałów, które odpowiadałyby sygnałom rzeczywistym otrzymywanym z przetworników w pomiarach parametrów transportu ciał stałych, cieczy oraz mediów wielofazowych metodami statystycznymi. Ponieważ najczęściej stosowaną charakterystyką w tego typu

miarach jest funkcja korelacji wzajemnej założono, że przebieg tej funkcji dla zaproponowanych modeli powinien być analogiczny, jak dla sygnałów rzeczywistych. Idea pomiaru opóźnienia transportowego metodą korelacyjną polega na wyznaczeniu estymatora unormowanej funkcji korelacji wzajemnej sygnałów na podstawie  $N$  wartości  $x(n)$  i  $y(n)$  z wyrażenia:

$$(3) \quad \hat{\rho}_{xy}(l) = \frac{\frac{N}{N-l} \sum_{n=0}^{N-l-1} x(n)y(n+l)}{\sqrt{\sum_{n=0}^{N-l} x^2(n) \sum_{n=0}^{N-l} y^2(n)}}$$

Argument głównego maksimum funkcji korelacji wzajemnej określa opóźnienie transportowe  $\tau_0$ , na podstawie którego oblicza się wymagane parametry transportu: średnią prędkość:

$$(4) \quad V = \frac{d}{\tau_0}$$

strumień objętości:

$$(5) \quad Q = kVA$$

gdzie:  $A$  - przekrój poprzeczny rurociągu lub kanału;  $k$  - współczynnik uwzględniający rozkład prędkości w przekroju kanału. Istotnymi problemami w pomiarach tych parametrów są m.in.: określenie i uwzględnienie profilu prędkości medium w rurociągu oraz dobór i optymalne rozmieszczenie czujników [1-4].

Dla modeli sygnałów (1) i (2) wartości unormowanej funkcji korelacji wzajemnej w punkcie maksimum dla  $a = 1$  odpowiednio wynoszą:

$$(6) \quad \rho_{xy}(l_0) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma_z}{\sigma_x}\right)^2}}$$

$$(7) \quad \rho_{xy}(l_0) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f_1(l_0)\sigma_z}{\sigma_x}\right)^2}}$$

W przypadku modelu (1) dla  $z(n) = 0$   $\rho_{xy}(l_0) = 1$ . Znając wartości  $\rho_{xy}(l_0)$ , uzyskane dla danego medium z pomiarów dla kilku różnych opóźnień, odpowiednie wartości  $\sigma_z/\sigma_x$  i funkcji  $f_1(l_0)$  można określić przekształcając równania (6) i (7) do postaci:

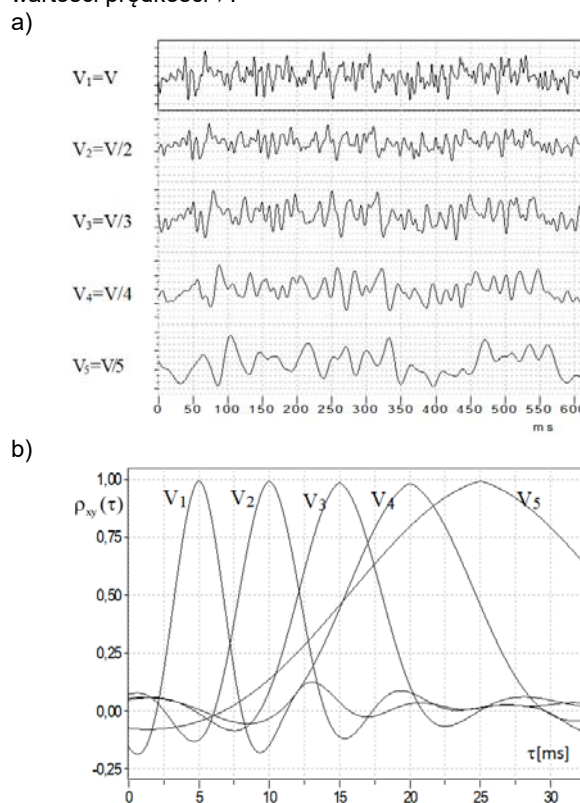
$$(8) \quad \frac{\sigma_z}{\sigma_x} = \sqrt{\left(\frac{1}{\rho_{xy}^2(l_0)} - 1\right)}$$

$$(9) \quad f_1(l_0) = \frac{\sigma_x}{\sigma_z} \sqrt{\left(\frac{1}{\rho_{xy}^2(l_0)} - 1\right)}$$

Ponieważ w wyniku pomiaru nie uzyskujemy wartości  $\sigma_z/\sigma_x$ , do modelowania sygnałów według (2) łatwiej wykorzystać przekształcenie zależności (9) do postaci:

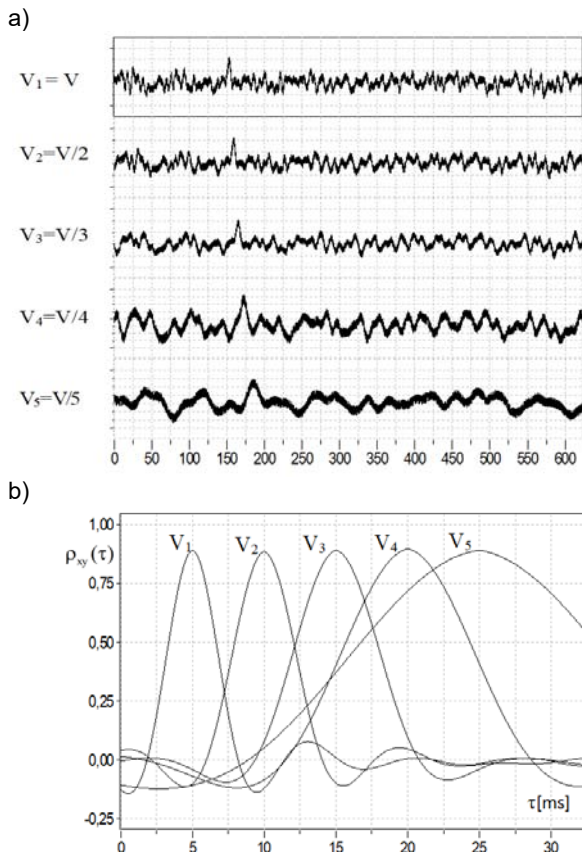
$$(10) \quad f_1(l_0) \frac{\sigma_z}{\sigma_x} = \sqrt{\left(\frac{1}{\rho_{xy}^2(l_0)} - 1\right)}$$

Na rys. 2 przedstawiono przebiegi czasowe sygnałów  $y(n)$  (2a) i unormowane funkcje korelacji wzajemnej (2b) modelowanych wg zależności (1) dla  $z(n) = 0$  i różnych wartości prędkości  $V$ .



Rys. 2. Przebiegi czasowe (a) i unormowane funkcje korelacji wzajemnej (b) sygnałów modelowanych wg. zależności (1) dla  $z(n)$  i różnych wartości  $V$  [10,11]

Sygnały formowano z szumu białego stosując filtrację dolnoprzepustową. Kształtowanie widma przebiegów pokazanych na rys. 2a uzyskano przy zastosowaniu filtrów cyfrowych Butterwortha 4 rzędu o częstotliwościach odcięcia odpowiednio: 150, 120, 90, 60 i 30 Hz. Zastosowanie filtracji dolnoprzepustowej daje także normalizację rozkładów prawdopodobieństwa amplitud modelowanych sygnałów oraz przebiegi funkcji autokorelacji tych sygnałów zbliżone do typu  $(\sin x)/x$ . Szczegółowo realizację tych modeli w środowisku DASYLab omówiono w [10,11]. Modelowanie sygnałów o innych typach funkcji autokorelacji przedstawiono np. w [12]. W praktyce funkcje korelacji wzajemnej jak na rys. 2b otrzymuje się bardzo rzadko w pomiarach parametrów transportu sztywnych ciał stałych. W literaturze, np. [3,4] podawanych jest szereg przykładów funkcji korelacji wzajemnych, uzyskiwanych w pomiarach dla konkretnych typów czujników przy zmianach parametrów pomiaru. Analiza tych funkcji prowadzi do wniosków, że przy modelowaniu sygnałów należy uwzględnić zmiany widma sygnałów oraz odpowiednio dobrać wartości parametrów występujących w zależnościach (1) i (2). Na rys. 3 pokazano przykładowe przebiegi czasowe modeli sygnału opóźnionego (1) (rys. 3a) oraz unormowane funkcje korelacji wzajemnej (rys. 3b) dla różnych prędkości obiektu  $V$  i wartości stosunku  $\sigma_z/\sigma_x$  równej 0,5. Obecność zakłócenia powoduje obniżenie amplitudy głównego maksimum funkcji korelacji wzajemnej zgodnie z zależnością (6). Przy modelowaniu uwzględniono zmiany widma generowanych sygnałów dla kolejnych prędkości obiektu analogicznie jak dla sygnałów z rys. 2.



Rys. 3. Przebiegi czasowe (a) i unormowane funkcje autokorelacji (b) sygnałów  $y(n)$  modelowanych wg. zależności (1) dla różnych wartości  $V$  i  $\sigma_y/\sigma_x = 0,5$  [10,11]

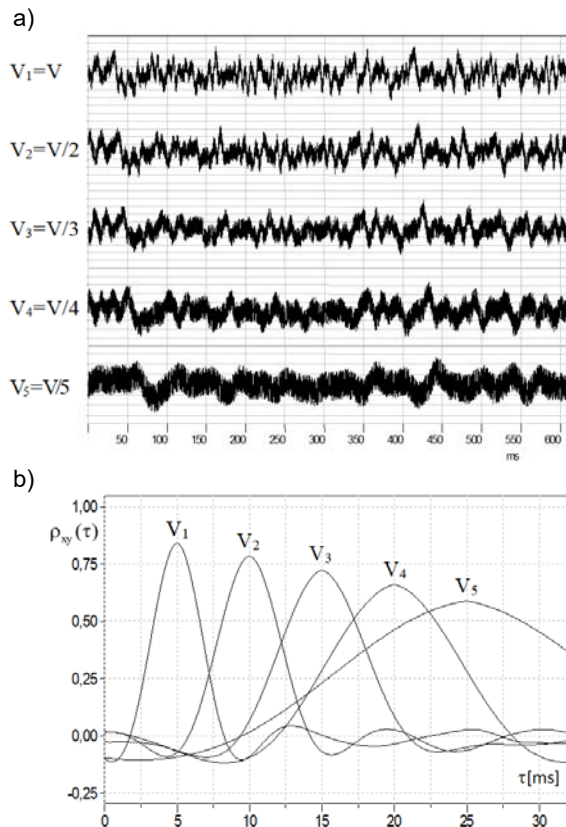
Rysunek 4 przedstawia przebiegi czasowe oraz unormowane funkcje korelacji wzajemnej sygnałów otrzymane dla modelu przy założeniu liniowego spadku amplitudy głównego ekstremum tej funkcji (co uzyskano dobierając  $f_i(l_0)$  i  $z(n)$ ) dla różnych prędkości  $V$ . Zmiany  $V$  symulowano przez zadawanie następujących wartości opóźnień: 5, 10, 15, 20, 25 ms. Przyjęte wartości stosunku  $\sigma_{f_i(l_0)}/\sigma_x$  dla kolejnych opóźnień wynosiły odpowiednio: 0,63; 0,76; 0,90; 0,99; 1,03. Przedstawiony na rys. 4b charakter zmian amplitudy głównego ekstremum funkcji korelacji wzajemnej odpowiada przebiegom tej funkcji otrzymanym dla mieszanki piasku i śrutu metalowego w transporcie pneumatycznym [13].

### Wyznaczanie charakterystyk warunkowego uśredniania dla przedstawionych modeli sygnałów

Metody wykorzystujące warunkowe uśrednianie sygnałów: warunkowa wartość średnia modułu sygnału (WWM) i warunkowa wartość średnia modułu sygnału opóźnionego (WWS) mogą być zastosowane w pomiarach prędkości w warunkach analogicznych jak funkcja autokorelacji i funkcja korelacji wzajemnej [9]. W przypadku metody WWM stosuje się tylko jeden czujnik, a prędkość obiektu wyznacza się na podstawie analizy przebiegu charakterystyki warunkowej. W metodzie WWS wykorzystuje się sygnały z dwóch czujników zgodnie z zasadą przedstawioną na rys. 1. Średnia prędkość obiektu określana jest ze wzoru (4) na podstawie estymacji czasu opóźnienia transportowego  $\tau_0$  z charakterystyki WWS.

### Funkcja warunkowej wartości średniej modułu sygnału (WWM)

Dyskretny estymator unormowanej funkcji WWM można wyznaczyć z zależności:



Rys. 4. Przebiegi czasowe (a) i unormowane funkcje korelacji wzajemnej (b) sygnałów modelowanych wg. zależności (2) dla różnych wartości  $V$  i liniowej funkcji  $f_i(l)$

$$(11) \quad \hat{m}_x(l) = \hat{m}_{|x|_{x=0}}(l) = \frac{\frac{1}{K} \sum_{n=0}^{N-l-1} |x(n+l)|_{|x(n)=0}}{\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |x(n)|}$$

gdzie  $K$  - liczba przejść przez zero sygnału  $x(n)$  dla realizacji o długości  $N-l$ .

Przykłady charakterystyk WWM uzyskanych dla modeli sygnałów stochastycznych  $x(n)$  dla kilku różnych prędkości obiektu  $V_1 > V_2 > V_3 > V_4 > V_5$  pokazano na rysunku 5. Symulację zmian prędkości obiektu uzyskano poprzez odpowiednie zmiany częstotliwości odcięcia filtrów modelowanych sygnałów [14].

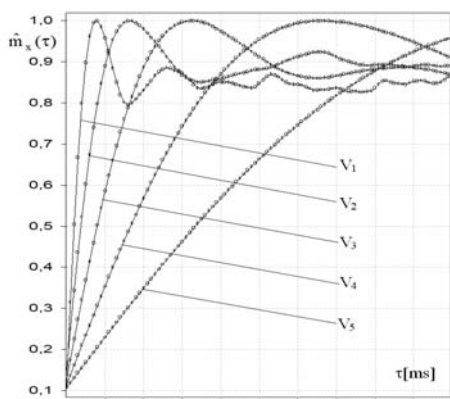
Jak widać na rys. 5 przebieg (nachylenie) funkcji WWM zmienia się wraz ze zmianami prędkości obiektu. Miarą prędkości może być więc wartość tej funkcji dla ustalonego argumentu lub wartość opóźnienia dla stałej wartości funkcji WWM. Realizacja pomiaru prędkości w oparciu o tę metodę, podobnie jak w przypadku zastosowania funkcji autokorelacji, wymaga wcześniejszej kalibracji.

### Funkcja warunkowej wartości średniej modułu sygnału opóźnionego (WWS)

Dyskretny estymator unormowanej funkcji WWS dla dyskretnych wartości sygnałów  $x(n)$  i  $y(n)$  wyznacza się z zależności:

$$(12) \quad \hat{m}_y(l) = \hat{m}_{|y|_{x=0}}(l) = \frac{\frac{1}{K} \sum_{n=0}^{N-l-1} |y(n+l)|_{|x(n)=0}}{\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |y(n)|}$$

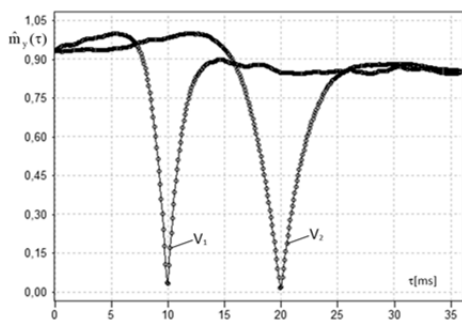




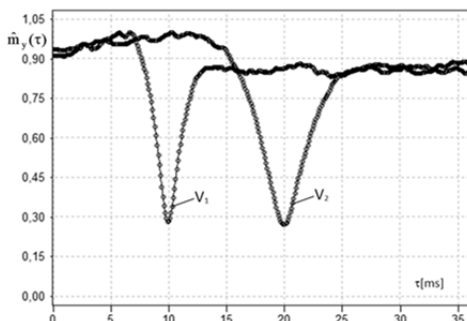
Rys. 5. Przykładowe przebiegi estymatorów funkcji WWM dla kilku prędkości obiektu [14]

Opóźnienie transportowe  $\tau_0$  określa się na podstawie położenia głównego minimum WWS. Inne parametry transportu można obliczyć z zależności (4) i (5). Na rysunku 6 przedstawiono przykładowe charakterystyki WWS uzyskane dla modeli sygnałów (1) i (2) oraz dwóch prędkości obiektu.

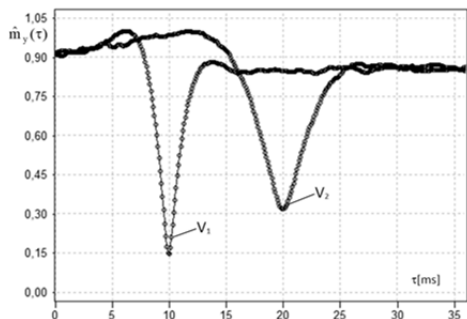
a)



b)



c)



Rys. 6. Przykładowe przebiegi estymatorów funkcji WWS dla modeli sygnałów: a) (1) dla  $\sigma_x/\sigma_z = 0$ ; b) (1) dla  $\sigma_x/\sigma_z = 3$ ; c) (2) dla  $\sigma_x/\sigma_z = 2,35$ ; i dwóch prędkości obiektu  $V_1$  i  $V_2$

Dla przebiegów na rys. 6a  $\sigma_z = 0$ , na rys. 6b przyjęto wartość  $\sigma_x/\sigma_z$  równą 3, a na rys. 6c zadano  $\sigma_x/\sigma_z = 2,35$  i wartości  $f_i(l_0)$  dla kolejnych opóźnień odpowiednio 1 i 2,5.

## Podsumowanie

W artykule omówiono modele wzajemnie opóźnionych sygnałów stochastycznych, które można zastosować w symulacyjnych badaniach statystycznych metod pomiaru opóźnienia i prędkości ciał stałych oraz mediów jedno- i dwufazowych w rurociągach i kanałach otwartych. Przedstawiono przykłady wykorzystania tych modeli do wyznaczania charakterystyk warunkowego uśredniania sygnałów WWM i WWS w zastosowaniu do pomiaru prędkości. Przedstawione modele mogą być też zastosowane w innych aplikacjach wzajemnie opóźnionych sygnałów stochastycznych, np. w badaniach właściwości układów pomiarowych czy do wyznaczania dróg przenoszenia zakłóceń [5, 9, 15].

**Autorzy:** mgr inż. Rafał Chorzępa, dr hab. inż. Robert Hanus, Politechnika Rzeszowska im. Ignacego Łukasiewicza, Katedra Metrologii i Systemów Diagnostycznych, ul. Wincentego Pola 2, 35-959 Rzeszów, e-mail: rchorz@prz.edu.pl, rohan@prz.edu.pl.

## LITERATURA

- [1] Dziubiński M., Prywer J., Mechanika płynów dwufazowych. WNT, Warszawa (2009)
- [2] Tavoularis S., Measurement in fluid mechanics. Cambridge University Press, Cambridge (2005)
- [3] Soo S.L. (ed), Instrumentation for fluid-particle flow. Noyes Publications, New Jersey (1999)
- [4] Beck M.S., Płaskowski A., Cross-Correlation Flowmeters. Adam Hilger, Bristol (1987)
- [5] Bendat J.S., Piersol A.G., Engineering applications of correlation and spectral analysis. Wiley, New York (2013)
- [6] Hanus R., Kowalczyk A., Szlachta A., Chorzępa R., Application of conditional averaging to time delay estimation of random signals. *Measurement Science Review* 18 (2018), no. 4, 130-137
- [7] Hanus R., Zych M., Chorzępa R., Golijanek-Jędrzejczyk A., Investigations of the methods of time delay measurement of stochastic signals using cross-correlation with the Hilbert Transform. 2020 IEEE 20th Mediterranean Electrotechnical Conference MELECON 2020, Palermo, Italy, 2020, 238-242
- [8] Jacovitti G., Scarano G., Discrete time technique for time delay estimation. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 41 (1993), 525-533
- [9] Kowalczyk A., Pomiarowe zastosowania warunkowego uśredniania sygnałów. Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów (2015)
- [10] Hanus R., Zastosowanie oprogramowania DASYLab do modelowania sygnałów w statystycznych pomiarach parametrów transportu. VIII Konferencja Naukowo-Techniczna „Zastosowania komputerów w elektrotechnice” ZKwE'03. Poznań/Kiekrz 7-9 kwiecień 2003, Tom 2, 473-478
- [11] Hanus R., Komputerowe modelowanie sygnałów w statystycznych pomiarach parametrów transportu medium. Materiały X Międzynarodowego Seminarium Metrologów "Metody i technika przetwarzania sygnałów w pomiarach fizycznych". Rzeszów 22-24.10.2002. *Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej*, s. Elektrotechnika z. 24. Rzeszów 2002, 53-63
- [12] Chorzępa R., Modelowanie komputerowe i generowanie elektroniczne sygnałów losowych o zadanych charakterystykach statystycznych. *Przegląd Elektrotechniczny* 99 (2023), nr 9, 185-191
- [13] Mesch F., Kipphan K., Solids flow measurement by correlation method. *Optoelectronics* 4 (1972), 451-462
- [14] Hanus R., Komputerowe modelowanie metod i układów stosowanych w statystycznych pomiarach opóźnienia i prędkości. VIII Konferencja Naukowo-Techniczna „Zastosowania komputerów w elektrotechnice” ZKwE'03. Poznań/Kiekrz 7-9 kwiecień 2003, Tom 2, 467-472
- [15] Kowalczyk A., Szlachta A., Zastosowanie warunkowego uśredniania sygnałów do pomiaru opóźnienia transportowego. *Przegląd Elektrotechniczny* 86 (2010), nr 1, 225-228