

Zastosowanie cyfrowego prototypowania do wyznaczenia częstotliwości własnych pantografu pojazdu szynowego

Streszczenie. Przedstawiono sparametryzowany, cyfrowy model pantografu pojazdu szynowego konstrukcji półówkowej. Zaprezentowano wyniki badań symulacyjnych jego dynamiki. Badania zostały przeprowadzone stosując obliczeniową analizę modalną. Obliczenia przeprowadzono modyfikując współczynniki sprężystości wybranych elementów konstrukcyjnych. Określono wartości częstotliwości drgań własnych analizowanej konstrukcji. Rezultaty symulacji porównano z prezentowanymi w literaturze wynikami badań eksperymentalnych raportami eksploatacyjnymi.

Abstract. The parameterised digital model of a rail vehicle pantograph. The results of simulation studies of its dynamics are presented. The tests were carried out using computational modal analysis. Calculations were carried out by modifying the elasticity coefficients of selected structural components. The values of the natural frequencies of the analysed structure were determined. The simulation results were compared with the results of experimental research presented in the literature and with operating reports. (**Application of digital prototyping to determine the natural frequencies of a rail vehicle pantograph**).

Słowa kluczowe: modelowanie cyfrowe, analiza modalna, metoda elementów skończonych, pantograf.

Keywords: digital modelling, modal analysis, finite element method, pantograph.

Wstęp

Nowoczesne technologie wdrażania produkcji urządzeń o wymaganej dużej niezawodności działania zawierają kilka etapów. Współcześnie zazwyczaj pierwszym z nich jest opracowanie cyfrowego modelu urządzenia. Jest to model wirtualny wykonany w skali pozwalającej - w pierwszym etapie projektowania - odzworować najważniejsze cechy konstrukcyjne i użytkowe obiektu. Oznacza to, że model ten uwzględnia wymiary krytyczne projektowanego urządzenia, właściwości materiałowe, a także wzajemne powiązania konstrukcyjne części składowych. W przypadku obiektów poddawanych w trakcie eksploatacji działaniu zmiennych w czasie sił niezbędne staje się także określenie ich częstotliwości drgań własnych. Kolejne etapy prac to wykonanie modelu fizycznego (często w odpowiedniej skali) oraz badania jego właściwości użytkowych, w tym cech wytrzymałościowych. W dalszych krokach następuje wykonanie prototypu i badania poligonowe. W grupie tych ostatnich badań wyróżnić należy, relatywnie rzadko stosowaną eksploatacyjną analizę modalną. Rezultaty tego ostatniego badania dostarczają szczególnie ważnych informacji dotyczących zachowania się testowanego obiektu w warunkach rzeczywistych. Obejmują one zarówno zmiany naprężeniowe w dziedzinie czasu jak i w dziedzinie częstotliwości. Pominięcie tej analizy na etapie wdrażania produkcji może skutkować zwiększoną awaryjnością wyrobu.

Analizowanym obiektem w prezentowanej pracy jest odbierak prądu stosowany w pojazdach szynowych, a dokładniej jego odmiana typu DSA150. O wyborze obiektu zdecydowała powszechność jego stosowania. Tego typu odbierak prądu jest produkowany od dłuższego czasu, a wielkość użytkowanego wolumenu skłania do pełniejszego opisu zjawisk związanych z tym obiektem.

W dalszej części pracy autorzy będą stosowali zamiennie określenie odbierak prądu i pantograf.

Przedmiotowy odbierak prądu stanowi krytyczny element układu zasilania lokomotywy elektrycznej. Klasyczny zestyk ślizgowy stosowany w maszynach elektrycznych wirujących (układy zasilania obwodów wzbudzenia turbo- i hydrogeneratorów, silniki synchroniczne, maszyny indukcyjne pierścieniowe itp.) składa się z dwóch podstawowych elementów: ruchomego pierścienia oraz quasi-nieruchomej szczotki ślizgającej się po wspomnianym pierścieniu. W przypadku pantografu rolę

wirującego pierścienia przejmuje stacjonarnie rozpięty przewód trakcyjny, a rolę szczotek - przemieszczający się wraz z lokomotywą - wspomniany odbierak prądu. Wstępnie można przyjąć, że zamiana ról nie wpływa w istotny sposób na przebieg zjawisk komutacyjno-trybologicznych zachodzących w obszarze styku przewód trakcyjny-nakładka pantografu jednak odmiennie warunki eksploatacji - bardzo silna ekspozycja na warunki środowiskowe, w tym istotne oddziaływania sił aerodynamicznych - w istotny sposób komplikują zapewnienie stabilnych warunków przepływu prądu z sieci do lokomotywy. Zjawiska zachodzące w drugim węźle zestyku ślizgowego pojazdu trakcyjnego tj. węźle zestawy kołowe-szyny nie będą podlegały rozważaniom w prezentowanej pracy.

O poprawnej, długotrwałej pracy zestyku ślizgowego decydują w równej mierze właściwości mechaniczno-trybologiczne użytych materiałów konstrukcyjnych, ich właściwości elektryczne oraz wymiary liniowe poszczególnych elementów konstrukcyjnych, siły nacisku części ruchomej zestyku na nieruchomą, wzajemna prędkość liniowa styków, siły sprężystości elementów wsporczych i warunki środowiskowe. Taka mnogość czynników ogranicza możliwość globalnego analizowania ich wpływu na trwałość eksploatacyjną całego węzła.

Ponieważ praca zespołu trakcyjnego uzależniona jest od stabilnego zasilania urządzeń pokładowych, dlatego w prowadzonych pracach zwrócono uwagę przede wszystkim na czynniki, które to zapewniają tzn. na bezprzerwowy przepływ prądu. Przyjęty do rozważań model pantografu jest konstrukcją, z punktu widzenia mechanicznego, zaliczaną do tzw. konstrukcji lekkich, to jest takich, w których brak jest istotnych, co do wartości mas stabilizujących położenie poszczególnych fragmentów konstrukcji w przestrzeni. [1, 2, 3, 4, 5, 6].

Opracowane przez wielu autorów modele analityczne, przeważnie o dwóch stopniach swobody, a także wielomasowe modele skupione nie opisują w pełni zachowania się konstrukcji pantografu w przestrzeni trójwymiarowej. Celowe jest zatem opracowanie modelu umożliwiającego trójwymiarową analizę zachowania się konstrukcji. Autorzy pracy wykorzystali w tym celu metodę elementów skończonych [7, 8].

Opis modelu cyfrowego

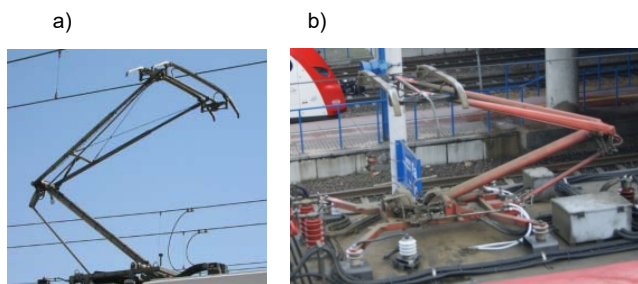
Stosowany przez autorów proces cyfrowego prototypowania obiektu technicznego jest wieloetapowy. Pierwszym etapem jest opracowanie komputerowego modelu geometrycznego analizowanej lub projektowanej konstrukcji. Na tym etapie nie jest wymagana deklaracja właściwości fizycznych planowanych do wykorzystania materiałów. W programie komputerowym tworzona jest struktura geometryczna obiektu. Istotne jest poprawne odwzorowanie kształtów i wymiarów liniowych poszczególnych elementów składowych jak również ich wzajemnych powiązań mechanicznych.

W pracy rozpatrzono model pantografu odwzorowujący odbierak prądu typu DSA150-PKP produkcji krajowej. O wyborze zdecydowało powszechne stosowanie tego rozwiązania w lokomotywach przeznaczonych m.in. dla tzw. lekkich składów kolejowych przemieszczających się z prędkością do 160 km/h [9, 10, 11, 12].



Rys.1. Pantograf typu DSA150 zamocowany na lokomotywie ET22 [21]

Konstrukcja wybranego pantografu jest zbliżona do odbieraków typu 160EC oraz Panto300 [10, 13]. Wszystkie wymienione odbieraki prądu są konstrukcjami określanymi jako pantografy połówkowe, niesymetryczne lub jednoramienne w kolejnych wersjach wykonania przystosowanymi do pracy z siecią trakcyjną napięcia stałego o wartościach 1,5 kV i 3 kV. Główne różnice konstrukcyjne to sposób osadzenia pantografu na dachu lokomotywy oraz mechanizm realizujący pozycjonowanie (podnoszenie i opuszczania) pantografu.

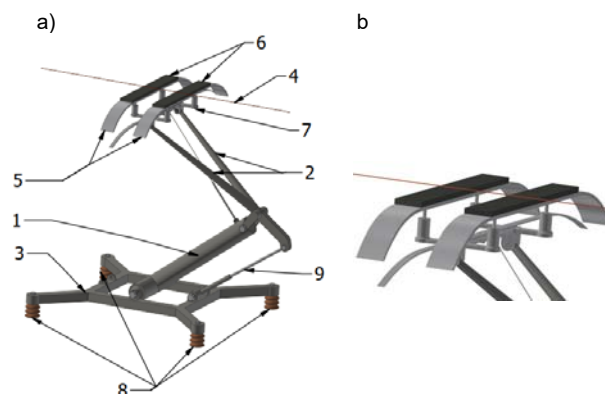


Rys.2. Odbierak prądu typu DSA 150(a) i 160Ec (b) [21]

Wirtualny model pantografu wykonano w środowisku Autodesk INVENTOR. Jest to model parametryczny. Umożliwia on wprowadzanie zmian zarówno wymiarów liniowych elementów składowych jak i wspomnianych wcześniej powiązań mechanicznych. Na rysunku 3 przedstawiono wizualizację geometrii pantografu. Przy opracowywaniu modelu numerycznego skorzystano z dokumentacji techniczno-ruchowej pantografu opracowanego przez firmę Pojazdy Szynowe PESA w Bydgoszczy [14].

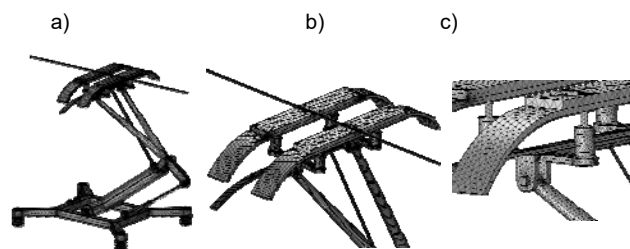
Badanie właściwości dynamicznych przeprowadzono korzystając ze środowiska numerycznego COMSOL

Multiphysics. Korzystając z wcześniejszych autorskich doświadczeń w zakresie cyfrowej analizy właściwości dynamicznych złożonych konstrukcji mechanicznych celowo zrezygnowano z wykorzystania modułów oferowanych przez środowisko Autodesk [7]. Opracowany model geometryczny zaimportowano do nowego środowiska obliczeniowego z zachowaniem jego parametrycznego charakteru i dokonano przywiązania materiałowych tj. zadeklarowano rodzaj materiału i jego właściwości fizyczne dla poszczególnych elementów składowych pantografu. Rysunek 4 prezentuje model odbieraka zawierający ponad 460 tys. elementów czworościennych (ponad 120 tysięcy węzłów).



Rys. 3. Parametryczny model węzłowy rozważanego pantografu, 1 – ramię dolne, 2 – ramię górne, 3 - rama wsporcza, 4 – przewód trakcyjny, 5 – ślizgacze, 6 – nakładki ślizgaczy, 7 – wspornik zespołu ślizgacza, 8 - izolator wsporczy, 9 - wspornik siłownika mechanizmu podnoszącego (opracowano na podstawie [14])

W opracowanym modelu położenie przewodu trakcyjnego nad platformą mocowania podstawy odbieraka jest jednym z regulowanych parametrów. Jego położenie można zmieniać w przedziale 2300-2700 mm. Odpowiada to rzeczywistym warunkom pracy. Podobnie parametrycznie zmieniać można ciśnienie w tłumiku drgań oraz dynamikę siły nacisku na przewód trakcyjny.



Rys. 4. Parametryczny model odbieraka prądu zaimplementowany w środowisku COMSOL Multiphysics

Przeprowadzone obliczenia zmierzały do określenia częstotliwości drgań własnych konstrukcji oraz form jej deformacji. Na ten ostatni aspekt zwrócono szczególną uwagę. Przyjęty układ równań opisuje dynamiczne zmiany położenia pantografu współpracującego z linią zasilającą pojazd szynowy. W eksperymencie symulacji ruchu uwzględniono właściwości materiałów konstrukcyjnych oraz wpływ częstotliwości drgań własnych konstrukcji na jej deformacje. Na tej podstawie określono częstotliwości drgań własnych przyjętej konstrukcji odbieraka i wynikające z nich przemieszczenia jego poszczególnych elementów.

Rezultaty obliczeń

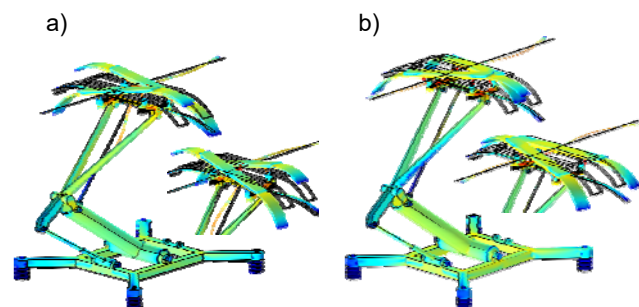
Przeprowadzona analiza modalna pozwoliła określić częstotliwości drgań własnych pantografu z równoczesnym wskazaniem miejsc szczególnie narażonych na przemieszczenia. Ta ostatnia cecha jest istotna przy ocenie spodziewanych skutków drgań. Spośród wyznaczonych wartości do dalszej analizy wybrano drgania o największych amplitudach oraz te, które w szczególnie sposób deformują konstrukcję.

Obliczenia wykazały, że spektrum częstotliwościowe drgań własnych analizowanego odbieraka prądu jest bardzo bogate. Szczególną uwagę zwrócono na drgania o częstotliwościach z przedziału od kilkunastu do trzydziestu kilku herców. Wybór tego przedziału nie jest przypadkowy. Doświadczenia własne autorów oraz doniesienia literaturowe wskazują, że ten właśnie przedział częstotliwości drgań jest typowy dla konstrukcji mechanicznych o analizowanych wymiarach liniowych z elementami łączonymi zarówno metodą skręcania czy spawania jak też w postaci przegubów kinetycznych [8,15,16].

Najważniejszą funkcją pantografu jest zapewnienie, w każdych warunkach eksploatacyjnych, nieprzerwanego przepływu prądu pomiędzy siecią trakcyjną a lokomotywą. Wymaga to zapewnienia stabilnego w czasie, mobilnego co do miejsca, styku obu współpracujących elementów tj. przewodu trakcyjnego i nakładki ślizgacza (patrz rys. 3b). Podatny układ sprężystego mocowania nakładki musi zapewniać stabilną w czasie jazdy siłę docisku. O randze tego problemu świadczy wyartykułowanie go w Polskiej Normie PN-K91001 oraz w dokumentach PN-EN 50206-1:2010, PN-EN 50318:2003 i PN-EN 50367:2012 [11, 13, 17, 18]. W badaniach symulacyjnych temu węzłowi poświęcono szczególnie dużo uwagi [2, 4, 19, 20].

Dla celów wizualizacji na prezentowanych poniżej rysunkach przemieszczenia konstrukcji zostały powiększone ok. 5 tys. razy. Kolorem czerwonym oznaczone zostały obszary poddane szczególnie dużym naprężeniom mechanicznym; kolor ciemnoniebieski informuje o braku naprężeń.

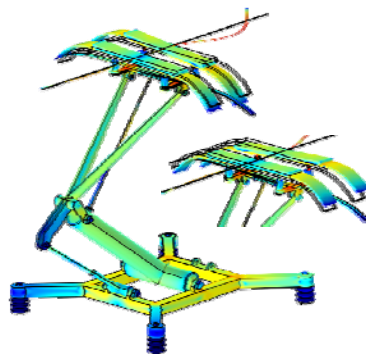
Rysunek 5 prezentuje ruch nakładek z częstotliwością ok. 16,5 Hz (a) i oraz 17,5 Hz (b).



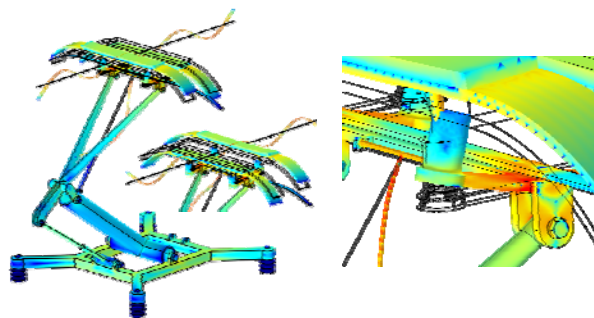
Rys. 5. Deformacje nakładek stykowych dla drgań o częstotliwościach odpowiednio: a) 16,5Hz, b) 17,5

W każdym z tych przypadków oddziaływania pantografu na przewód trakcyjny są niewielkie.

Nieco inaczej zachowują się nakładki w przypadku drgań z częstotliwością blisko 22 Hz (rys. 6). Kołyszący ruch nakładek powoduje dodatkowe naprężenia ramion odbieraka prądu przenoszone na izolatory i podstawę pantografu, a ponadto wzbudzają przewód trakcyjny. Punkt styku odbierak-trakcja zmienia swą pozycję.

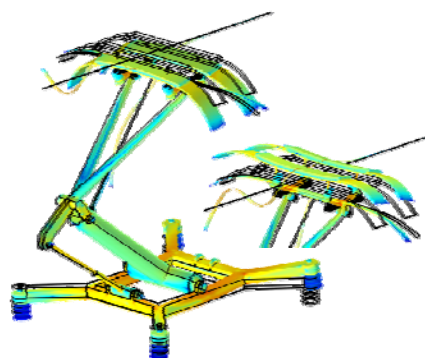


Rys. 6. Kołyszący ruch nakładek ślizgowych z zachowaniem miejsca styku dla częstotliwości ok. 22 Hz



Rys. 7. Drgania z częstotliwością ok. 26,5 Hz

Nieco większe częstotliwości (26,5 Hz oraz 30 Hz) powodują naprzemienne podnoszenie przewodu trakcyjnego niezależnie przez każdą z nakładek. Wywoływać to musi okresowy wzrost gęstości prądu przepływającego przez punkty styku obu nakładek (powierzchnia styku maleje blisko dwukrotnie). Zbliżone deformacje łącznika podtrzymującego nakładki dla tej częstotliwości powodują ponadto naprężenia w węzłach mocowania platformy pantografu do dachu lokomotywy (rys. 7,8).



Rys. 8. Drgania nakładek o częstotliwości 30Hz prowadzące do naprzemiennego podnoszenia przewodu trakcyjnego

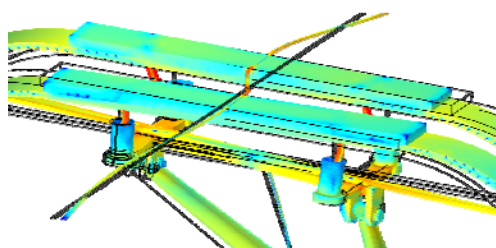
Drgania o częstotliwości 32 Hz (rys. 9, 10) wywołują silne boczne naprężenia w środkowym przegubie łączącym ramiona górne pantografu z ramieniem dolnym (patrz rys. 3). Przegub ten nie jest konstrukcyjnie przystosowany do przenoszenia dużych sił poprzecznych.

Obserwacje rzeczywistego zużycia nakładek ślizgowych znajdują potwierdzenia w efektach badań symulacyjnych (patrz rys. 12).



Rys. 9. Przemieszczenia środkowego przegubu pantografu

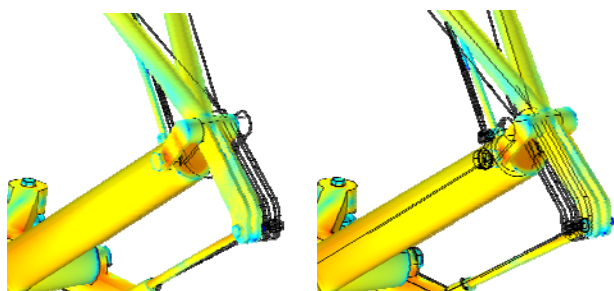
Dodatkowe badania wykazały, że częstotliwość tych deformacji jest ściśle powiązana ze sposobem mocowania wsporników spajających nakładki ślizgowe ze wspornikiem zespołu ślizgacza.



Rys. 10. Kołyszący ruch nakładek ślizgowych z zachowaniem miejsca styku dla częstotliwości ok. 32 Hz

Zwiększenie luzu pomiędzy wspornikiem a jego tuleją prowadzącą lub zmiana sprężystości łącznika skutkuje istotną zmianą częstotliwości drgań wspomnianego wcześniej przegubu z częstotliwości 32 Hz na 28,6 Hz.

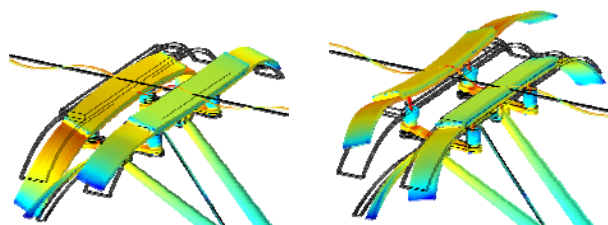
Ta pozornie niewielka zmiana świadczy o silnych powiązaniach mechanicznych pomiędzy odległymi elementami konstrukcyjnymi odbieraka prądu (aż 11%). Rysunek 11 prezentuje deformacje wspomnianego węzła dla przypadku, gdy połączenie to jest połączeniem sztywnym.



Rys. 11. Przemieszczenia przegubu środkowego – częstotliwość drgań 28,6 Hz

Drgania z częstotliwością 37 Hz to głównie drgania nakładek stykowych powodujących ich skręcanie wokół osi prostopadłej do płaszczyzny styku z przewodem trakcyjnym przy równoczesnym naprzemiennym podnoszeniu się każdej z nakładek (rys. 12.).

Efektom takich drgań powinno być nadmierne zużywanie się krawędzi nabiegającej i zbiegającej obu nakładek bez względu na kierunek jazdy lokomotywy.



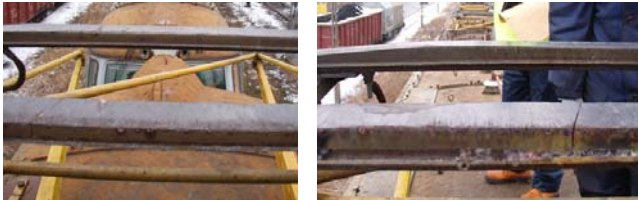
Rys. 12. Skręcanie nakładek stykowych wokół osi prostopadłej do przewodu trakcyjnego

Podsumowanie

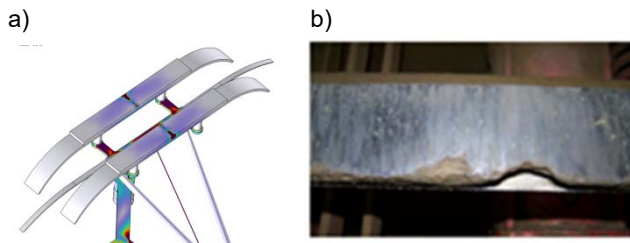
Prezentowane rezultaty cyfrowej symulacji deformacji, jakim może ulegać odbierak prądu lokomotywy elektrycznej pokazuje złożoność problemów powstających podczas eksploatacji taboru szynowego. Użytkownik takiego obiektu ma prawo, a właściwie obowiązek krytycznie ocenić przedstawiony materiał. Symulacje dotyczą wszak modelu wirtualnego, który opracowano stosując, czasami z konieczności szereg uproszczeń; choćby poprzez nieuwzględnienie zmian struktury materiałów konstrukcyjnych zachodzących podczas ich obróbki mechanicznej. Zalecaną przez autorów metodą weryfikacji jest przeprowadzenie - często wystarczy w ograniczonym zakresie - eksploatacyjnej analizy modalnej z udziałem obiektu rzeczywistego i w warunkach porównywalnych z warunkami eksploatacji obiektu. Pozwala to na dokonanie swoistego uwierzytelnienia obliczeń numerycznych i skalibrowania wirtualnego modelu. Przeprowadzenie eksperymentu wiąże się dużymi kosztami oraz trudnościami technicznymi. Poprawność rezultatów symulacji można też ocenić porównując wyniki badań i pomiarów cząstkowych z obliczeniami numerycznymi. Z takiej pośredniej metody skorzystali autorzy pracy.

Z drugiej strony wymuszenie powstałe w wyniku sił aerodynamicznych można przyrównać do pobudzenia białym szumem. Odpowiedzią będą wtedy drgania o częstotliwościach własnych. Poprawność tej koncepcji potwierdzają prace prowadzone w Politechnice Rzeszowskiej oraz Norwęgim University of Science and Technology, Trondheim w Norwegii [15, 16]. W przypadkach tych podejmowano próby określania podatności na drgania pantografów kolejowych o konstrukcjach typu DSA 150/160EC. W obu przypadkach badania wykazywały drgania o częstotliwościach zbliżonych, co do wartości, do częstotliwości wyznaczonych w prezentowanych przez autorów badaniach symulacyjnych. Są to częstotliwości z przedziału od kilkunastu do trzydziestu kilku herców. Powyżej wartości 40 Hz badania są nieuzasadnione - małe wartości amplitud. Niedostatkim wspomnianych eksperymentalnych prób badawczych jest brak możliwości pełnej trójwymiarowej obserwacji zachowania się odbieraka prądu podczas normalnej eksploatacji. Zapewnia to jedynie wspomniana eksploatacyjna analiza modalna.

Przedstawiony model cyfrowy został opracowany dla konstrukcji DSA150 w wersji PKP. Prezentowane obliczenia wykazały, że obserwowane w praktyce awarie odbieraków prądu wynikają w dużej mierze z nadmiernego obciążenia mechanicznego jego elementów konstrukcyjnych. Potwierdzają to np. prezentowane w mediach uszkodzenia pantografów opisywane jako „złamanie pantografu” [21]. Zamieszczone tam informacje oraz zdjęcia wskazują na uszkodzenia w obszarze przegubu środkowego (rys. 13).



Rys. 13. Zaokrąglenie krawędzi wewnętrznej i zewnętrznej nakładki dla częstotliwości 37 Hz (rys. 12 – z symulacji) [21]



Rys. 14. Wypalenie fragmentu nakładki stykowej a) model, b) obiekt rzeczywisty [21]

Badania symulacyjne wykazały możliwość występowania nadmiernego nacisku na powierzchnię ślizgową nakładki (rys. 14a). Znajduje to potwierdzenie podczas użytkowania pantografu. Na rysunku 14b widoczne jest znaczne wypalenie fragmentu nakładki ślizgowej spowodowane dużym naciskiem przewodu trakcyjnego.

Autorzy: dr hab. inż. Paweł Idziak, Politechnika Poznańska, Instytut Elektrotechniki i Elektroniki Przemysłowej, ul. Piotrowo 3a, 60-965 Poznań, E-mail: pawel.idziak@put.poznan.pl; dr inż. Krzysztof Kowalski, E-mail: krzysztof.kowalski@put.poznan.pl Poznańska, Instytut Elektrotechniki i Elektroniki Przemysłowej, ul. Piotrowo 3a, 60-965 Poznań, mgr inż. Mateusz Olejniczak, E-mail: mateusz.olejniczak97@wp.pl P.U.E. TRAK sj., Os. Stare Żegrze 50, Poznań 61-249

LITERATURA

- [1] Judek S., Karwowski K., Mizan M., Wilk A., Modelowanie współpracy odbieraka prądu z siecią trakcyjną, *Przegląd Elektrotechniczny*, 91 (2015), nr 11, 248-253
- [2] Spiryagin M., Colin Cole C., Yan Quan Sun, McClanachan M., Spiryagin V., McSweeney T., Design and Simulation of Rail Vehicles, CRC Press is an imprint of the Taylor & Francis Group, an **informa** business 2014, International Standard Book Number-13: 978-1-4665-7567-7 (eBook - PDF)
- [3] Brenna M., Foiadelli F., Zaninelli D., Electrical Railway Transportation Systems, IEEE Press Series on Power Engineering, 2018, ISBN:978-1-119-38680-3
- [4] Guangning Wu, Guoqiang Gao, Wenfu Wei, Zefeng Yang, The Electrical Contact of the Pantograph-Catenary System Theory and Application, Springer Nature Singapore Pte Ltd. 2019, ISBN 978-981-13-6588-1

- [5] Frey S., Railway Electrification Systems & Engineering, White Word Publications 4735/22 Prakashdeep Bldg, Ansari Road, Darya Ganj, Delhi – 110002 / 2012, ISBN 978-81-323-4395-0
- [6] Wilk A., Judek S., Karwowski K., Mizan M., Kaczmarek P., Modal analysis of railway current collectors using Autodesk Inventor MATEC Web of Conferences 180, 04004 (2018)
- [7] Idziak P., Kowalski K., Analiza porównawcza wybranych środowisk CAD wykorzystywanych w obliczeniach elementów konstrukcyjnych maszyn elektrycznych, Poznan University of Technology Academic Journals. Electrical Engineering - 2012, Issue 72, s. 185-195
- [8] Idziak P. Kowalski K., Pomiarowo-numeryczna metoda monitorowania stanu technicznego hydrogeneratorów, *Przegląd Elektrotechniczny*, R. 93 NR 11/2017 ss 60-63, ISSN 0033-2097.
- [9] Kaniewski M., Odbieraki prądu stosowane na europejskiej sieci kolejowej, *Technika Transportu Szynowego*, No 1-2 2004, ss 61-65
- [10] Garczarek A., Stachowiak D., Badania statyczne odbieraków prądu w procesie produkcji oraz w trakcie eksploatacji *Przegląd Elektrotechniczny*, R. 98 NR 9/2022, ss 62-66 doi:10.15199/48.2022.09.12,
- [11] PN-EN 50206-1:2010 Zastosowania kolejowe – Tabor – Pantografy: Charakterystyki i badania – Część 1: Pantografy pojazdów linii głównych
- [12] http://stemmann.com/en/products/roof_mounted_pantographs/long_distance_traffic/dsa150_200_250_350_380
- [13] PN-EN 50318 - Zastosowania kolejowe -- Systemy odbioru prądu -- Walidacja symulacji oddziaływania dynamicznego pomiędzy pantografem a siecią jezdnią górną
- [14] Dokumentacja Techniczno-Ruchowa Elektrycznego Zespołu Trakcyjnego Typu 16Wek. Odbierak Prądu Typu DSA150-PKP. Pojazdy Szynowe PESA Bydgoszcz SA Holding
- [15] Nívik P., Derosa S. and Rfnquist A., On the use of experimental modal analysis for system identification of a railway pantograph, *International Journal of Rail Transportation* 2021, VOL. 9, NO. 2, 132–143
- [16] Borowiec A., Ziemiański L., Badania Dynamiczne Odbieraka Prądu Lekkiego Pojazdu Szynowego, *Journal Of Civil Engineering, Environment And Architecture*, JCEEA, t. XXXIV, z. 64 (2/1/17), kwiecień-czerwiec 2017, s. 257-270, DOI:10.7862/rb.2017.70
- [17] PN-EN 50367:2012/A1:2017-04 Zastosowania kolejowe – Systemy odbioru prądu – Kryteria techniczne dotyczące wzajemnego oddziaływania między pantografem a siecią jezdnią górną (w celu uzyskania wolnego dostępu)
- [18] PN-K-91001:1997 - Elektryczne pojazdy trakcyjne – Odbieraki prądu – Wymagania i metody badań
- [19] Giętkowski Z., Judek S., Karwowski K., Mizan M., Diagnostyka i Monitoring Odbioru Prądu Z Sieci Trakcyjnej, *Zeszyty Naukowe Wydziału Elektrotechniki i Automatyki Politechniki Gdańskiej Nr 27*
- [20] Wilk W., Karwowski K., Judek S., Mizan M., Modelowanie i symulacja dynamiki ruchu trakcyjnego odbieraka prądu, *Przegląd Elektrotechniczny*, R92, nr 10/2016, ss 243-248,
- [21] <http://www.transportszynowy.pl>, dostęp dn. 24.02.2024r.