

Kompleksowa analiza syntezy układu sterowania z modelem procesu dla obiektów nieminimalnofazowych z opóźnieniem i niestabilnych

Streszczenie. W artykule przedstawiono kompleksową analizę syntezy układu sterowania bazującej na wykorzystaniu modelu procesu regulacji oraz definicji pożądanej dynamiki wejściowo-wyjściowej układu. Określone zostały wymagania dotyczące jakości regulacji wpływające na definicję modelu referencyjnego układu sterowania. Przywołano warunki stabilności analizowanych struktur i ich wpływ na proces syntezy elementów sterujących. Wszystkie rozważania zilustrowane zostały odpowiednimi symulacjami na przykładach reprezentatywnych danym klasom obiektów regulacji. Dokonano również dyskusji z rozwiązaniami spotykanymi w literaturze.

Abstract. The article presents a comprehensive analysis of the synthesis of the control system using the model of the control process and the definition of the input-output dynamics of the system. Requirements for the quality of control affecting the definition of the control system reference model are identified. Stability conditions of the analyzed structures and their impact on the process of synthesis of control elements are recalled. All considerations were illustrated with appropriate simulations using examples representative of the given classes of control objects. There was also a discussion of solutions found in the literature. (A comprehensive study of synthesis of a control system with a process model for nonminimum-phase objects with a time delay and unstable process)

Słowa kluczowe: układ sterowania, parametryzacja Youla-Kucera, sterowanie IMC, modele dynamiczne wejściowo-wyjściowe
Keywords: control system, Youla-Kucera parameterization, Internal Model Control, dynamic input-output models

Wstęp

Nadrzędnym problemem w procesie syntezy układu sterowania jest wybór jego struktury. W literaturze istnieje wiele rozwiązań dotyczących tego zagadnienia [11, 12] często uwarunkowanych konkretnym procesem, którym chcemy sterować. Jednak najczęstszymi są układy o strukturze otwartej oraz zamkniętej z jednostkowym ujemnym sprzężeniem zwrotnym. Właśnie te dwie struktury są przedmiotem analizy w prezentowanej pracy. Kolejnym ważnym elementem, po wyborze struktury układu sterowania, jest określenie rodzaju i parametrów elementów sterujących. Często narzuca się strukturę elementu sterującego i z wykorzystaniem przeróżnych metod dobiera się wartości parametrów go opisujących. Dopiero po nastrojeniu można zwykle dokonać oceny jakości powstałego układu sterowania. W prezentowanym rozwiązaniu koncepcja syntezy elementów sterujących (korektorów i regulatorów) bazuje na znanym podejściu wykorzystującym model procesu regulacji. Struktura elementów sterujących i ich wartości wynikają bezpośrednio z założonego, docelowego, modelu charakteryzującego dynamikę budowanego układu sterowania. Takie podejście bez wątplenia pozwala na lepszą kontrolę parametrów dynamicznych oraz jakości syntezy układu. Kontrola ta odbywa się już na etapie określenia pożądanych, docelowych właściwości układu sterowania zwykle zanim zostanie on zbudowany.

Dynamika układu sterowania

Podstawowe wymagania stawiane projektowanym układom sterowania (US) można zdefiniować w oparciu o dwa kryteria. Układ sterowania o dynamice $G_m(s) = Y(s)/R(s)$ jest dobry jakościowo jeśli jest odpowiednio szybki oraz dokładny w swoim działaniu. Wymóg dotyczący dokładności wiąże się bezpośrednio z pojęciem błędu regulacji $e(t)$ definiowanym jako różnica pomiędzy sygnałem zadaniem, wejściowym $r(t)$ (tym co chcemy otrzymać w wyniku sterowania), a sygnałem wyjściowym $y(t)$ (tym co otrzymujemy w wyniku sterowania):

$$(1) \quad e(t) = r(t) - y(t),$$

lub w postaci operatorowej:

$$(2) \quad E(s) = R(s) - Y(s) = (1 - G_m(s))R(s).$$

W szczególności, przy ocenie dokładności, analizuje się wartość uchybu w stanie ustalonym e_u - co bezpośrednio związane jest z pojęciem astatyzmu w układach sterowania:

$$(3) \quad e_u = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s).$$

Z warunku koniecznego astatyzmu wynika, że US o dynamice wejściowo-wyjściowej $G_m(s)$ dobrze/dokładnie realizuje skokową zmianę wartości zadanej $R(s)$ jeśli zachodzi właściwość:

$$(4) \quad \lim_{s \rightarrow 0} s(1 - G_m(s))R(s) = 0.$$

Warunek ten jest spełniony jeśli $(1 - G_m(0)) = 0$. Zatem warunkiem koniecznym odpowiedniej dokładności w stanie ustalonym jest aby dynamika projektowanego układu sterowania posiadała właściwość [10]:

$$(5) \quad G_m(0) = \frac{Y(0)}{R(0)} = 1.$$

Drugim kryterium jakości jest prędkość działania/reakcji projektowanego US. Łatwo można pokazać, że prędkość dynamiki zależy od czasu zaniku stanu przejściowego reakcji danego US. Czas ten natomiast zależy bezpośrednio od dominującej stałej czasowej w danym modelu dynamicznym. Można zatem zdefiniować warunek dotyczący dominującej stałej czasowej μ projektowanego US, która powinna być odpowiednio mała aby zapewnić odpowiednią szybkość działania US. Dodatkowo, jeśli w projektowanym US będziemy sterowali procesem o modelu operatorowym $P(s)$, przy czym prędkość działania tego procesu charakteryzuje jego dominująca stała czasowa T , to rozsądnym kryterium definicji prędkości działania US jest warunek:

$$(6) \quad \mu < T.$$

Jedną z najprostszych dynamik spełniających warunki (5) oraz (6), która jednocześnie będzie definiować referencyjną/modelową dynamikę wejściowo-wyjściową $G_m(s)$ projektowanego US może być dynamika opisana poniższą transmittancją operatorową:

$$(7) \quad G_m(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1}{(\mu s + 1)^n}.$$

Warunki dotyczące dokładności (5) oraz szybkości (6) projektowanego US można łatwo rozszerzyć na pojęcia jakości definiowane w dziedzinie częstotliwości US. Przed projektowanym układem można postawić wymaganie aby jego dokładność działania była realizowana w jak najszerszym zakresie sygnałów o charakterze harmonicznym. Wielkościami opisującymi taką właściwość jest tzw. wskaźnik tranzycji (nadążania) [9, 10] definiowany jako moduł wejściowo-wyjściowej transmitancji widmowej danego US $\mathcal{T}(\omega) = |G_m(j\omega)|$. Wymaga się, aby w miarę możliwości dla jak największego zakresu pulsacji ω wartość wskaźnika tranzycji spełniała zależność:

$$(8) \quad \mathcal{T}(\omega) = 1 : \omega \geq 0.$$

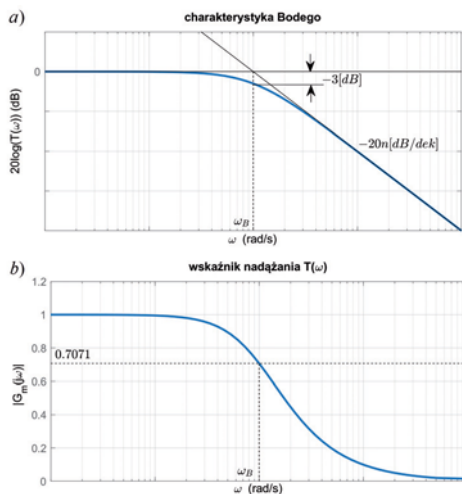
Łatwo można zauważyć, że powyższy warunek jest bezpośrednim rozszerzeniem zdefiniowanego wcześniej warunku dokładności US (5). Jednocześnie równie łatwo można pokazać, że warunek ten w praktyce nie jest możliwy do spełnienia dla całego zakresu pulsacji $\omega \geq 0$, a jedynie dla pewnego zakresu określonego przez pulsację odcięcia ω_B (ang. bandwidth frequency) definiującą tzw. pasmo przenoszenia [9, 10]:

$$(9) \quad \mathcal{T}(\omega) \simeq 1 : 0 \leq \omega \leq \omega_B,$$

gdzie pulsację ω_B często definiuje się jako pulsację dla której wartość modułu $\mathcal{T}(\omega)$ zmaleje o $1/\sqrt{2}$ wartości początkowej $\mathcal{T}(0)$, co odpowiada spadkowi o -3 dB wartości początkowej w skali logarytmicznej. Jak pokazane zostało na Rys. 1, dla US określonego dynamiką $G_m(s)$ wartość pulsacji odcięcia jest odwrotnie proporcjonalna do dominującej stałej czasowej μ dynamiki: $\omega_B \propto \mu^{-1}$. Dla transmitancji modelu odniesienia $G_m(s)$ (7) pulsacja ω_B bezpośrednio związana jest z jej prędkością (stałą czasową μ):

$$(10) \quad \omega_B = \frac{\sqrt{n\sqrt{2}-1}}{\mu}.$$

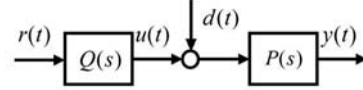
Łatwo można zauważyć, że na wartość pulsacji ω_B wpływa nie tylko stała czasowa μ , która powinna być możliwie mała, ale także rząd n transmitancji $G_m(s)$, który również powinien być jak najmniejszy. Dla $n = 1$ pulsacja $\omega_B = 1/\mu$ jest największa.



Rys. 1. Wskaźnik tranzycji $\mathcal{T}(\omega)$: a) charakterystyka logarytmiczna Bodego wraz z zaznaczonymi asymptotami, b) przebieg wartości modułu transmitancji $G_m(s)$ z zaznaczoną wartością pulsacji pasma przenoszenia ω_B

Układ sterowania o strukturze otwartej

Najprostsza struktura układu sterowania to połączenie dwóch układów dynamicznych, których celem jest oddziaływanie jednego układu dynamicznego (sterującego) na drugi układ dynamiczny (sterowany). W najprostszej postaci przyjmuje on strukturę układu otwartego [7, 8], którego schemat blokowy pokazany został na Rys. 2.



Rys. 2. Schemat blokowy US o strukturze otwartej: $r(t)$ - wartość zadana; $u(t)$ - sygnał sterujący; $d(t)$ - zakłócenie; $y(t)$ - wyjście układu sterowania

Dynamika główna wejściowo-wyjściowa US o strukturze otwartej opisuje zależność:

$$(11) \quad G(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = Q(s)P(s),$$

gdzie $Q(s)$ jest elementem sterującym (korektorem) natomiast $P(s)$ sterowanym układem dynamicznym (modelem procesu).

Analizując zależność (11) oraz założony model transmitancji odniesienia (7) projektowanego US model korektora $Q(s)$ można opisać transmitancją:

$$(12) \quad Q(s) = \frac{U(s)}{R(s)} = \frac{G_m(s)}{P(s)}.$$

Fundamentalną cechą jaką powinien posiadać każdy układ sterowania jest stabilność. Jednym z wariantów badania stabilności jest tak zwana stabilność wejściowo-wyjściowa US [9, 10], której warunek stabilności można określić stwierdzeniem: układ sterowania jest stabilny jeżeli wszystkie jego transmitancje zastępcze, wiążące sygnały niezależne/zewnętrzne z zależnymi/wewnętrznymi, są stabilne. W przypadku US o strukturze otwartej (Rys. 2) wewnętrzną stabilność wejściowo-wyjściową można określić analizując poniższy zbiór funkcji przejścia:

$$(13) \quad \begin{bmatrix} Y(s) \\ U(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_m & P \\ Q & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R(s) \\ D(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} QP & P \\ Q & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R(s) \\ D(s) \end{bmatrix}.$$

Układ sterowanie o strukturze otwartej (Rys. 2) jest zatem stabilny jeżeli:

1. $Q(s)P(s) = G_m(s)$ jest stabilne,
2. $Q(s)$ jest stabilne,
3. $P(s)$ jest stabilne.

Warunek 1. stabilności spełniony jest z założenia, bowiem zakładamy charakter głównej dynamiki wejściowo-wyjściowej US $G_m(s)$ (7).

Warunek 2. wymusza aby konstruowana dynamika korektora $Q(s)$ była stabilna. Uwzględniając definicję (12) można założyć, że warunek ten będzie spełniony jeżeli odwrócona dynamika procesu $P(s)^{-1}$ nie wprowadzi do definicji korektora niestabilnych oraz nierealizowalnych elementów. Przykładem takich elementów może być występowanie w modelu procesu $P(s)$ nieminimalnofazowych zer oraz czasu opóźnienia. Powyższe wymaganie można spełnić dokonując operacji faktoryzacji [1, 5, 7] modelu $P(s)$, na część "odwracalną" $P_m(s)$ oraz "nieodwracalną" $P_p(s)$, zgodnie z zależnością:

$$(14) \quad P(s) = P_m(s)P_p(s).$$

Część "odwracalna" procesu $P_m(s)$, pozbawiona niestabilnych i nierealizowalnych elementów, gwarantuje (wraz z warunkiem 1 stabilności) stabilną definicję elementu korekcyjnego $Q(s)$:

$$(15) \quad Q(s) = \frac{G_m(s)}{P_m(s)}.$$

Jednocześnie składowa "nieodwracalna" procesu $P_p(s)$ przenosi się na definicję rzeczywistej głównej transmitancji wejściowo-wyjściowej $G(s)$ projektowanego US:

$$(16) \quad G(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = G_m(s)P_p(s).$$

Warto zauważyć, że dla funkcji przejścia korektora $Q(s)$ określonej zależnością (15) stawia się dodatkowe wymaganie aby była funkcją wymierną właściwą, tzn. aby jej względny rząd $q_Q \geq 0$. Załóżmy, że część "odwracalna" modelu procesu regulacji $P_m(s)$ jest względnego rzędu $q_P \geq 0$. Wówczas aby zagwarantować odpowiedni względny rząd korektora $Q(s)$ wystarczy spełnić dodatkowe wymaganie dotyczące względnego rzędu q referencyjnej dynamiki wejściowo-wyjściowej $G_m(s)$ projektowanego US. W analizowanym wariancie dynamiki referencyjnej $G_m(s)$ określonej zależnością (7) wystarczy spełnić warunek:

$$(17) \quad G_m(s) : q = n \geq q_P \Rightarrow Q(s) : q_Q \geq 0.$$

Warunek 3. stabilności US o strukturze otwartej dotyczy samego procesu regulacji $P(s)$. Niestety w takiej strukturze US nie ma możliwości "zmiany" dynamiki w tym torze i jej ustabilizowania. W rezultacie łatwo można pokazać, że US o strukturze otwartej z niestabilnym procesem $P(s)$ także jest niestabilny niezależnie od spełnienia warunku 1 oraz 2.

W dalszej części pokazane zostały przykłady syntezy US o strukturze otwartej działającej ze stabilnym procesem $P(s)$.

3.1 Proces stabilny, minimalnofazowy bez opóźnień

Dla obiektu regulacji nieposiadającego "nieodwracalnych" części dynamiki $P_p(s)$ można zdefiniować "odwracalną" część procesu jako cały model zgodnie z zależnością:

$$(18) \quad P(s) = P_m(s).$$

Natomiast sam problem syntezy staje się wręcz trywialny, a korektor $Q(s)$ oraz docelową dynamikę US $G(s)$ można opisać poniższymi formułami:

$$(19) \quad Q(s) = \frac{G_m(s)}{P_m(s)} = \frac{G_m(s)}{P(s)} \rightarrow G(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = G_m(s).$$

Przykład 1

Rozpatrzmy wariant US z procesem opisanym transmitancją:

$$(20) \quad P_1(s) = \frac{2}{3s+1},$$

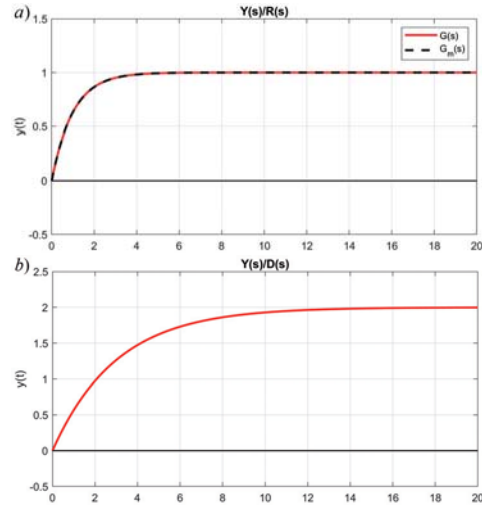
dla którego założymy, że referencyjna dynamika wejściowo-wyjściowa, spełniająca warunki (5), (6) oraz (17) określona jest zależnością (dla $\mu = T/3$):

$$(21) \quad G_{m1}(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1}{s+1}.$$

W rezultacie, wykorzystując zależność (15) korektor $Q(s)$ przyjmuje postać:

$$(22) \quad Q_1(s) = \frac{3s+1}{2(s+1)}.$$

Przebiegi czasowe sygnału wyjściowego US dla skokowej zmiany wartości zadanej $r(t)$ oraz skokowej zmiany zakłócenia $d(t)$ pokazane zostały na Rys. 3.



Rys. 3. Przebiegi czasowe odpowiedzi US obiektem $P_1(s)$ o strukturze otwartej a) na skokową zmianę wartości zadanej $r(t)$ oraz b) na skokową zmianę wartości zakłócenia $d(t)$

3.2 Proces stabilny, nieminimalnofazowy bez opóźnień

Dla procesu regulacji $P(s)$ posiadającego w swoim modelu nieminimalnofazowe zero wymagana jest jawna faktoryzacja (14) na składową "odwracalną" oraz "nieodwracalną":

$$(23) \quad P(s) = P_m(s)(1 - \tau s), \quad \tau > 0.$$

Jest to niezbędny krok gwarantujący spełnienie warunku 2 stabilności US o strukturze otwartej. Uwzględniając powyższy fakt dynamikę korektora $Q(s)$ oraz docelową dynamikę $G(s)$ można opisać zależnościami:

$$(24) \quad Q(s) = \frac{G_m(s)}{P_m(s)} \rightarrow G(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = G_m(s)(1 - \tau s).$$

Przykład 2

Rozpatrzmy wariant US z procesem nieminimalnofazowym zdefiniowanym transmitancją:

$$(25) \quad P_2(s) = \frac{3(1-s)}{(3s+1)(s+1)},$$

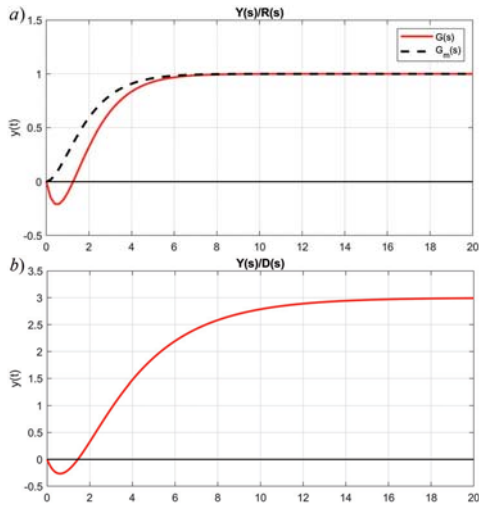
dla którego założymy, że referencyjna dynamika wejściowo-wyjściowa, spełniająca warunki (5), (6) oraz (17) określona jest zależnością (dla $\mu = T/3$):

$$(26) \quad G_{m2}(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1}{(s+1)^2}.$$

W rezultacie, wykorzystując zależność (15) korektor $Q(s)$ przyjmuje postać:

$$(27) \quad Q_2(s) = \frac{3s+1}{3(s+1)}.$$

Podobnie jak w przykładzie wcześniejszym, przebiegi czasowe sygnału wyjściowego US dla skokowej zmiany wartości zadanej $r(t)$ oraz zakłócenia $d(t)$ pokazane zostały na Rys. 4.



Rys. 4. Przebiegi czasowe odpowiedzi US obiektem $P_3(s)$ o strukturze otwartej a) na skokową zmianę wartości zadanej $r(t)$ oraz b) na skokową zmianę wartości zakłócenia $d(t)$

3.3 Proces stabilny, minimalnofazowy z opóźnieniem

Kolejną klasą obiektów regulacji w tej grupie są dynamiki z czasem opóźnienia T_o . Podobnie jak dla procesów nieminimalnofazowych tak i w tym przypadku konieczna jest faktoryzacja modelu obiektu regulacji na część "odwracalną" $P_m(s)$ i "nieodwracalną" $P_p(s)$:

$$(28) \quad P(s) = P_m(s)e^{-sT_o}, \quad T_o > 0.$$

Dynamikę korektora, w takim przypadku, wyznaczyć można z zależności (15) co pozwala określić dynamikę wejściowo-wyjściową $G(s)$:

$$(29) \quad Q(s) = \frac{G_m(s)}{P_m(s)} \rightarrow G(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = G_m(s)e^{-sT_o}.$$

Przykład 3

Rozpatrzmy wariant US z procesem z opóźnieniem opisanym transmitancją:

$$(30) \quad P_3(s) = \frac{9}{9s^2 + 6s + 5} e^{-5s},$$

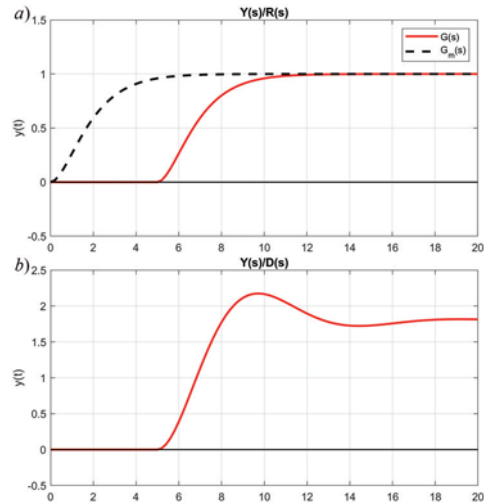
dla którego założymy, że referencyjna dynamika wejściowo-wyjściowa, spełniająca warunki (5), (6) oraz (17) określona jest zależnością (dla $\mu = T/3$):

$$(31) \quad G_{m3}(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1}{(s+1)^2}.$$

W rezultacie, wykorzystując zależność (15) korektor $Q(s)$ przyjmuje postać:

$$(32) \quad Q_3(s) = \frac{9s^2 + 6s + 5}{9(s+1)^2}.$$

Przebiegi czasowe sygnału wyjściowego US $y(t)$ dla skokowej zmiany wartości zadanej $r(t)$ oraz zakłócenia $d(t)$ pokazane zostały na Rys. 5.



Rys. 5. Przebiegi czasowe odpowiedzi US obiektem $P_3(s)$ o strukturze otwartej a) na skokową zmianę wartości zadanej $r(t)$ oraz b) na skokową zmianę wartości zakłócenia $d(t)$

Jak można zauważyć, analizując przebiegi czasowe na Rys. 3-Rys. 5, wartość zadana $r(t)$ jest realizowana przez US zgodnie z założoną dynamiką $G_m(s)$ z uwzględnieniem wpływu części "nieodwracalnej" procesu $P_p(s)$ zgodnie z zależnością (16). Można również zauważyć, że powstały US posiada, zgodnie z założeniem, dynamikę trzykrotnie szybszą od dynamiki procesu $P(s)$. Wyraźnie można to zaobserwować na przebiegu odpowiedzi US na skokową zmianę zakłócenia $d(t)$ na Rys. 3-Rys. 5, która właśnie zależy jedynie od dynamiki obiektu regulacji. Jednocześnie, analizując te przebiegi zwłaszcza w stanie ustalonym, można zauważyć, że powstałe US o strukturze otwartej (Rys. 2) w żadnym stopniu nie kompensują wpływu pojawiającego zakłócenia. Teoretycznie zatem struktura otwarta może być skutecznie stosowana jedynie w środowiskach izolowanych, w których praktycznie nie występują zakłócenia. Okazuje się jednak, że zaprezentowane podejście do syntezy US o strukturze otwartej ma jeszcze jedną bardzo istotną niedogodność. Wymaga bowiem, aby w procesie syntezy dynamiki sterującej $Q(s)$ (15) wartość wzmocnienia statycznego procesu regulacji było obciążone jak najmniejszym błędem.

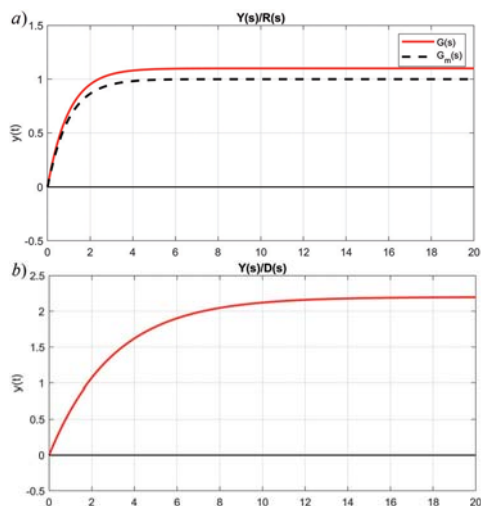
Przykład 1-a

Poniższy przykład ilustruje przypadek, gdy dla US z modelem procesu $P_1(s)$ (20) rzeczywiste wzmocnienie procesu regulacji jest o 10% większe od wzmocnienia modelu procesu $P_1(s)$ wykorzystanego do syntezy korektora $Q_1(s)$ (22). Odpowiedzi czasowe sygnału wyjściowego takiego US dla skokowej zmiany wartości zadanej $r(t)$ oraz zakłócenia $d(t)$ pokazane zostały na Rys. 6.

Jak można zaobserwować na Rys. 6 odpowiedź US na skokową zmianę wartości zadanej $r(t)$ stabilizuje się na wyższym poziomie, co powoduje, że US możemy zaliczyć do klasy układów statycznych. W rezultacie struktura otwarta (Rys. 2) sprawdza się jedynie w przypadku gdy model jest względnie dokładny oraz gdy nie występują zakłócenia. Jednak obydwa te warunki są bardzo trudne do spełnienia w rzeczywistości.

Układ sterowanie z modelem wewnętrznym - IMC

Próbą minimalizacji źródła błędów, w działaniu US o strukturze otwartej (Rys. 2), związanego z niedokładnościami modelu procesu $P(s)$ na etapie syntezy US oraz pojawiającymi się zakłóceniami $d(t)$, może być próba korekcji wartości



Rys. 6. Przebiegi czasowe odpowiedzi US obiektem $P_1(s)$, dla którego wartość rzeczywistego wzmocnienia procesu jest inna niż w modelu a) na skokową zmianę wartości zadanej $r(t)$ oraz b) na skokową zmianę wartości zakłócenia $d(t)$

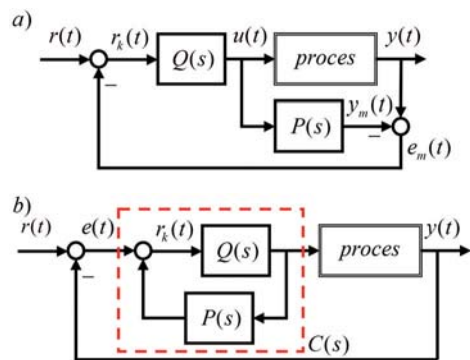
zadanej $r(t)$. Jeśli zdefiniowany zostanie błąd związany z reakcją wyjścia układu $y_m(t)$ z modelem procesu i reakcją wyjścia $y(t)$ US z procesem rzeczywistym:

$$(33) \quad e_m(t) = y(t) - y_m(t),$$

wówczas proces korekcji wartości zadanej $r(t)$, mający na celu minimalizację powstałego błędu $e_m(t)$, można opisać zależnością:

$$(34) \quad r_k(t) = r(t) - e_m(t).$$

Uwzględniając powyższe uwagi, dotyczące korekcji wartości zadanej, można zdefiniować strukturę US realizującą taki proces korekcji w sposób automatyczny. Przykład takiej struktury pokazany został na Rys. 7a.



Rys. 7. Schemat blokowy US o strukturze zamkniętej a) realizujący proces automatycznej korekcji wartości zadanej (struktura IMC), b) schemat blokowy US z jednostkowym ujemnym sprzężeniem zwrotnym równoważnym strukturze IMC: $r(t)$ - wartość zadana; $r_k(t)$ - skorygowana wartość zadana; $y(t)$ - wyjście układu sterowania; $y_m(t)$ - wyjście modelu układu sterowania; $e_m(t)$ - błąd US o strukturze otwartej z modelem procesu i procesem rzeczywistym; $u(t)$ - sygnał sterujący; $e(t)$ - sygnał uchybu regulacji

Struktura US o schemacie blokowym pokazanym na Rys. 7a powszechnie znana jest jako struktura układu sterowania z modelem wewnętrznym (ang. IMC - Internal Model Control) [1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 13]. Wykonując proste przekształcenia schematu blokowego struktury IMC można sprowadzić ją do klasycznej postaci układu regulacji (UR) z jednostkowym ujemnym sprzężeniem zwrotnym Rys. 7b, w którym element sterujący procesem (regulator) $C(s)$ dany

jest zależnością:

$$(35) \quad C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = \frac{Q(s)}{1 - Q(s)P(s)}.$$

Zakładając, że potrafimy wyznaczyć "dokładny model" procesu \tilde{P} oraz uwzględniając definicję regulatora $C(s)$ (35) można pokazać zależność określającą główną dynamikę wejściowo-wyjściową US pokazanych na Rys. 7:

$$(36) \quad G(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{C(s)\tilde{P}}{1 + C(s)\tilde{P}} = \frac{Q(s)\tilde{P}}{1 + Q(s)E_P},$$

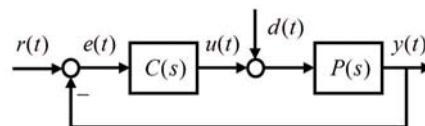
gdzie $E_P = \tilde{P} - P(s)$ może być interpretowane jako błąd modelowania procesu regulacji. Zakładając, że potrafimy zapewnić aby model procesu $P(s)$ był względnie dokładnym odzwierciedleniem obiektu regulacji wówczas błąd modelowania $E_P \simeq 0$. W takim przypadku zależność (36) określa warunek równoważności US o strukturze otwartej oraz US o strukturze zamkniętej:

$$(37) \quad \frac{C(s)P(s)}{1 + C(s)P(s)} = Q(s)P(s).$$

Zależność (37) określająca równoważność struktur US znana jest jako parametryzacja Youla-Kučera (YK) [1, 6, 9, 13]. Można zatem stwierdzić, że regulacja IMC jest właściwie realizacją parametryzacji YK umożliwiającą eliminację wad struktury otwartej US przy zachowaniu jej pozytywnych cech działania. Jednocześnie umożliwia także rozszerzenie prezentowanego procesu syntezy US na układy o strukturze zamkniętej.

Układ sterowania o strukturze zamkniętej

Klasykzna postać US o strukturze zamkniętej to UR z jednostkową, ujemną pętlą sprzężenia zwrotnego. Schemat blokowy struktury takiego UR pokazany został na Rys. 8.



Rys. 8. Schemat blokowy US o strukturze zamkniętej: $r(t)$ - wartość zadana; $e(t)$ - sygnał uchybu regulacji; $u(t)$ - sygnał sterujący; $d(t)$ - zakłócenie; $y(t)$ - wyjście układu sterowania

Załóżmy, podobnie jak dla US o strukturze otwartej, że główna dynamika wejściowo-wyjściowa projektowanego US o strukturze zamkniętej (Rys. 8) opisana jest dynamiką $G_m(s)$ oraz, że spełnia ona warunki (5) i (6) gwarantujące dobrą jakość działania UR. Wykorzystując zależność opisującą dynamikę główną UR o strukturze zamkniętej (36) oraz parametryzację YK (37) można określić definicję regulatora $C(s)$:

$$(38) \quad C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = \frac{G_m(s)}{P(s)(1 - G_m(s))}.$$

Podobnie jak dla US o strukturze otwartej tak i dla US o strukturze zamkniętej fundamentalną cechą jest jego stabilność. W przypadku UR o strukturze zamkniętej (Rys. 8) wewnętrzną stabilność wejściowo-wyjściową można określić analizując poniższy zbiór funkcji przejścia [3, 4, 9, 10, 13]:

$$(39) \quad \begin{bmatrix} Y(s) \\ U(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_m & (1 - G_m)P \\ (1 - G_m)C & -G_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R(s) \\ D(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} QP & (1 - QP)P \\ Q & -QP \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R(s) \\ D(s) \end{bmatrix}.$$

Układ sterowania o strukturze zamkniętej jest zatem stabilny jeżeli:

1. $Q(s)P(s) = G_m(s)$ jest stabilne,
2. $Q(s)$ jest stabilne,
3. $(1 - Q(s)P(s))P(s) = (1 - G_m(s))P(s)$ jest stabilne.

Warunek 1. stabilności układu zamkniętego, podobnie jak w przypadku układu wcześniejszego, spełniony jest z założenia dotyczącego modelowej dynamiki głównej $G_m(s)$ (7) projektowanego US.

Warunek 2. również podobnie jak dla US o strukturze otwartej, jest spełniony jeśli w procesie syntezy US, a w szczególności dynamik $Q(s)$, wykorzystamy mechanizm faktoryzacji (14) modelu procesu $P(s)$ na część "odwracalną" $P_m(s)$ oraz "nieodwracalną" $P_p(s)$. Jednocześnie obowiązuje także warunek (17) dotyczący względnego rzędu q dynamiki $G_m(s)$, który gwarantuje, że dynamika $Q(s)$ oraz projektowany regulator $C(s)$ będą funkcjami wymiernymi właściwymi.

Uwzględniając powyższe warunki stabilności można doprecyzować definicję regulatora UR o strukturze zamkniętej:

$$(40) \quad C(s) = \frac{G_m(s)}{P_m(s)(1 - G_m(s)P_p(s))}.$$

W rezultacie, definicja rzeczywistej głównej transmitancji wejściowo-wyjściowej $G(s)$ projektowanego UR przyjmuje postać:

$$(41) \quad G(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{C(s)P(s)}{1 + C(s)P(s)} = G_m(s)P_p(s).$$

Warunek 3. stabilności US o strukturze zamkniętej, inaczej niż w przypadku US o strukturze otwartej, może zostać spełniony w przypadku niestabilnej postaci modelu procesu $P(s)$. Dynamikę procesu uważamy za niestabilną jeśli posiada ona przynajmniej jeden biegun s^* , którego składowa rzeczywista spełnia warunek:

$$(42) \quad s^* : \Re\{s^*\} > 0.$$

W rezultacie warunek 3 stabilności układu zamkniętego będzie spełniony jeżeli referencyjna dynamika wejściowo-wyjściowa US $G_m(s)$ zagwarantuje, że transmitancja $(1 - G_m(s))$ będzie miała zera tam gdzie model procesu $P(s)$ ma niestabilne bieguny. Warunek narzucony na dynamikę $G_m(s)$ można pokazać w następujący sposób:

$$(43) \quad (1 - G_m(s))|_{s=s^*} = 1 - G_m(s^*) = 0.$$

Powyższy warunek powinien zachodzić dla każdego niestabilnego bieguna modelu procesu $P(s)$.

5.1 Proces stabilny, minimalnofazowy bez opóźnienia

Dla obiektu regulacji nieposiadającego "nieodwracalnych" części dynamiki $P_p(s)$ można zdefiniować "odwracalną" część procesu jako cały model zgodnie z zależnością:

$$(44) \quad P(s) = P_m(s).$$

Natomiast sam problem syntezy regulatora $C(s)$ staje się prosty, a zależność go definiującą oraz docelową dynamikę US $G(s)$ można opisać poniższymi formułami:

$$(45) \quad C(s) = \frac{G_m(s)}{P_m(s)(1 - G_m(s))} \rightarrow G(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = G_m(s).$$

Przykład 4

Rozpatrzmy wariant UR z procesem P_1 oraz referencyjną dynamiką G_{m1} , jak w przykładzie 1, które opisane są transmitancjami:

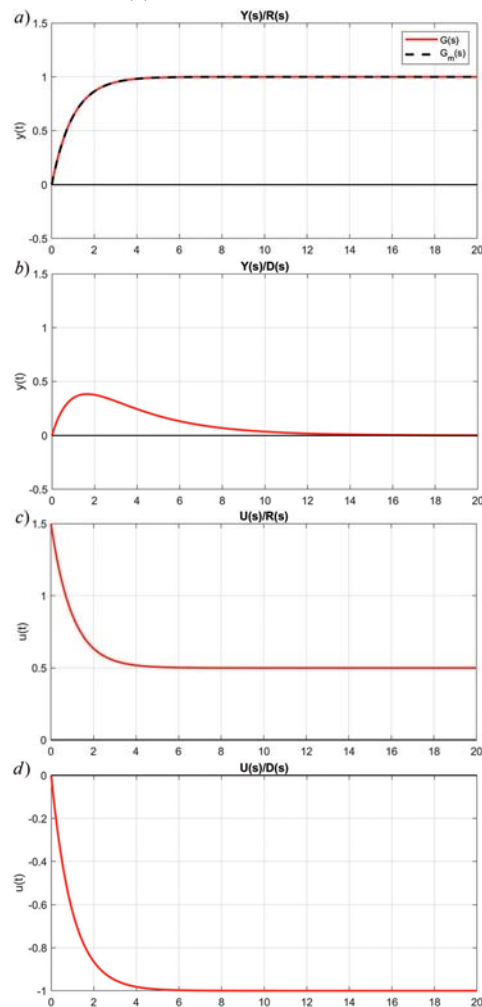
$$(46) \quad P_1(s) = \frac{2}{3s + 1},$$

$$(47) \quad G_{m1}(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1}{s + 1}.$$

Dla tak zdefiniowanego wariantu US regulator $C(s)$, zgodnie z (40), przyjmuje postać:

$$(48) \quad C_1(s) = \frac{3s + 1}{2s}.$$

Na Rys. 9 pokazane zostały przebiegi czasowe wyjścia UR będące reakcją na skokową zmianę wartości zadanej $r(t)$ oraz zakłócenia $d(t)$ wraz z odpowiadającymi im sygnałami sterowań $u(t)$.



Rys. 9. Przebiegi czasowe odpowiedzi US obiektem $P_1(s)$ o strukturze zamkniętej a) na skokową zmianę wartości zadanej $r(t)$ oraz b) na skokową zmianę wartości zakłócenia $d(t)$ wraz z odpowiadającymi im sygnałami sterowań $u(t)$ c) dla wartości zadanej $r(t)$ oraz d) dla sygnału zakłócenia $d(t)$

5.2 Proces stabilny, nieminimalnofazowy bez opóźnienia

Dla nieminimalnofazowego procesu regulacji $P(s)$ wymagana jest jawna faktoryzacja (14) na składową "odwracalną"

oraz "nieodwracalną":

$$(49) \quad P(s) = P_m(s)(1 - \tau s), \quad \tau > 0.$$

Uwzględniając powyższy fakt dynamikę regulatora $C(s)$ oraz docelową dynamikę $G(s)$ można opisać zależnościami:

$$(50) \quad C(s) = \frac{G_m(s)}{P_m(s)(1 - G_m(s)(1 - \tau s))},$$

$$(51) \quad G(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = G_m(s)(1 - \tau s).$$

Przykład 5

Dla nieminimalnofazowego procesu $P_2(s)$ oraz referencyjnej dynamiki $G_{m2}(s)$ jak w przykładzie 2:

$$(52) \quad P_2(s) = \frac{3(1-s)}{(3s+1)(s+1)},$$

$$(53) \quad G_{m2}(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1}{(s+1)^2},$$

regulator $C(s)$ projektowanego US o strukturze zamkniętej opisany jest transmitancją:

$$(54) \quad C_2(s) = \frac{(3s+1)(s+1)}{3s(s+3)}.$$

Przebiegi czasowe odpowiedzi powstałego UR na skokową zmianę wartości zadanej $r(t)$ oraz zakłócenia $d(t)$ wraz z odpowiadającymi im sygnałami sterowań $u(t)$ pokazane zostały na Rys. 10.

5.3 Proces stabilny, minimalnofazowy z opóźnieniem

Podobnie jak dla procesów nieminimalnofazowych tak i dla procesów, w których występuje opóźnienie T_o konieczna jest faktoryzacja modelu obiektu regulacji $P(s)$:

$$(55) \quad P(s) = P_m(s)e^{-sT_o}, \quad T_o > 0.$$

Uwzględniając powyższą faktoryzację regulator $C(s)$ przyjmuje postać:

$$(56) \quad C(s) = \frac{G_m(s)}{P_m(s)(1 - G_m(s)e^{-sT_o})}.$$

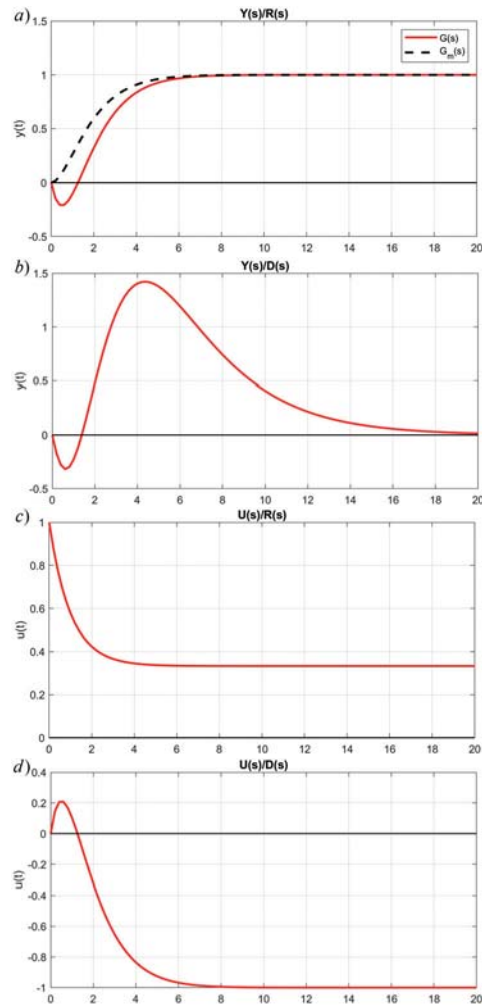
Taka postać regulatora nie spełnia warunku funkcji wymiernej ze względu na składową eksponencjalną w mianowniku wyrażenia (56). Problem ten znany jest w literaturze dotyczącej sterowania procesami z opóźnieniem [2, 3, 5, 7, 8]. Głównym elementem łączącym te rozwiązania jest sprowadzenie niewymiernego wyrażenia $C(s)$ do funkcji wymiernej poprzez aproksymację funkcji wykładniczej funkcją wymierną.

5.3.1 Aproksymacja szeregiem Taylora I-go rzędu

Jedną z najprostszych form aproksymacji funkcji wykładniczej funkcją wymierną jest rozwinięcie w szereg Taylora. W literaturze spotkać można wariant z rozwinięciem do wyrazów liniowych (do wyrazów I-go rzędu):

$$(57) \quad P_p(s) = e^{-sT_o} \simeq 1 - sT_o.$$

Tego rodzaju aproksymacja wprowadza do modelu procesu swoistego rodzaju nieminimalnofazowość. Wynik procedury



Rys. 10. Przebiegi czasowe odpowiedzi US nieminimalnofazowym obiektem $P_2(s)$ o strukturze zamkniętej a) na skokową zmianę wartości zadanej $r(t)$ oraz b) na skokową zmianę wartości zakłócenia $d(t)$ wraz z odpowiadającymi im sygnałami sterowań $u(t)$ c) dla wartości zadanej $r(t)$ oraz d) dla sygnału zakłócenia $d(t)$

syntezy regulatora $C(s)$ jest zatem zbliżony do regulatora określonego dla procesu nieminimalnofazowego (50):

$$(58) \quad C(s) = \frac{G_m(s)}{P_m(s)(1 - G_m(s)(1 - T_o s))}.$$

Jednak dynamika główna $G(s)$ projektowanego UR, zwłaszcza w przypadku syntezy układu spełniającego warunek (6), dla procesów z względnie dużym opóźnieniem ($\mu \ll T_o$) degradowa się do następującej operatorowej funkcji przejścia:

$$(59) \quad G(s) = \frac{C(s)P(s)}{1 + C(s)P(s)} \stackrel{\mu \ll T_o}{\simeq} \frac{e^{-sT_o}}{T_o s + e^{-sT_o}}.$$

Dynamika ta praktycznie nie zależy od dynamiki referencyjnej $G_m(s)$, inaczej niż to ma miejsce w (41).

5.3.2 Aproksymacja Padégo I-go rzędu - wariant 1

Innym, spotykanym w literaturze, modelem aproksymacji jest przybliżenie Padé pierwszego rzędu:

$$(60) \quad P_p(s) = e^{-sT_o} = \frac{e^{-s0.5T_o}}{e^{s0.5T_o}} \simeq \frac{1 - s0.5T_o}{1 + s0.5T_o}.$$

Wykorzystując definicję regulatora $C(s)$ (40) oraz przybliżenie części "nieodwracalnej" procesu (60) otrzymujemy:

$$(61) \quad C(s) = \frac{G_m(s)}{P_m(s)(1 - G_m(s)\frac{1-s0.5T_o}{1+s0.5T_o})}.$$

Podobnie jak wcześniej otrzymujemy wymierną definicję regulatora $C(s)$ jednak i w tym przypadku próbując spełnić warunek (6) dotyczący prędkości dynamiki $G_m(s)$ otrzymujemy dynamikę główną US postaci:

$$(62) \quad G(s) = \frac{C(s)P(s)}{1 + C(s)P(s)} \stackrel{\mu \ll 0.5T_o < T_o}{\approx} \frac{e^{-sT_o}}{\frac{T_o s}{0.5T_o s + 1} + e^{-sT_o}}.$$

Podobnie jak w przypadku aproksymacji szeregiem Taylora, dynamika główna UR, przy względnie dużym czasie T_o , praktycznie nie zależy od założonego modelu $G_m(s)$.

5.3.3 Aproksymacja Padégo I-go rzędu - wariant 2

Możliwe jest również wykorzystanie aproksymacji Padé na etapie przybliżenia modelu procesu $P(s)$ z późnieniem T_o :

$$(63) \quad P(s) = P_m(s)e^{-sT_o} \simeq P_m(s)\frac{1 - s0.5T_o}{1 + s0.5T_o}.$$

Konsekwencją takiego podejścia jest konieczność modyfikacji operacji faktoryzacji modelu procesu na część "odwracalną" $P_m^*(s)$ oraz "nieodwracalną" $P_p^*(s)$:

$$(64) \quad P_m^*(s) = \frac{P_m(s)}{0.5T_o s + 1}, \quad P_p^* = 1 - 0.5T_o s.$$

Modyfikacja ta wymusza zwiększenie względnego rzędu q modelu $G_m(s)$ zgodnie z warunkiem (17):

$$(65) \quad G_m^*(s) = \frac{G_m(s)}{\mu s + 1}.$$

Przy takim wariancie aproksymacji, podobnie jak dla aproksymacji szeregiem Taylora, procedura wyznaczenia regulatora $C(s)$ pokrywa się z wariantem przedstawionym dla procesów nieminimalnofazowych (50):

$$(66) \quad C(s) = \frac{G_m^*(s)}{P_m^*(s)(1 - G_m^*(s)(1 - 0.5T_o s))}.$$

Pomimo uwzględnienia efektu aproksymacji zarówno w części "odwracalnej" jak i "nieodwracalnej" procesu funkcja dynamiki głównej $G(s)$ powstałego UR, przy względnie dużym czasie opóźnienia ($\mu \ll T_o$), przyjmuje postać:

$$(67) \quad G(s) = \frac{C(s)P(s)}{1 + C(s)P(s)} \stackrel{\mu \ll 0.5T_o < T_o}{\approx} \frac{e^{-sT_o}}{\frac{0.5T_o s}{0.5T_o s + 1} + e^{-sT_o}}.$$

Postać dynamiki (67) jest podobna do uzyskanych wcześniej (59) i (62). Jednak w odróżnieniu od nich dynamika (67) wykazuje niestabilny charakter w przebiegu odpowiedzi czasowej.

Przykład 6

Rozważmy UR z prostą dynamiką procesu $P(s)$ z względnie dużym czasem opóźnienia T_o :

$$(68) \quad P_4(s) = \frac{1}{3s + 1}e^{-7s}.$$

Zgodnie z warunkami (5), (6) oraz (17) pokazanymi wcześniej, zdefiniujemy model dynamiki głównej $G_m(s)$ (dla $\mu = T/3$) syntezowanego UR:

$$(69) \quad G_{m4}(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1}{s + 1}.$$

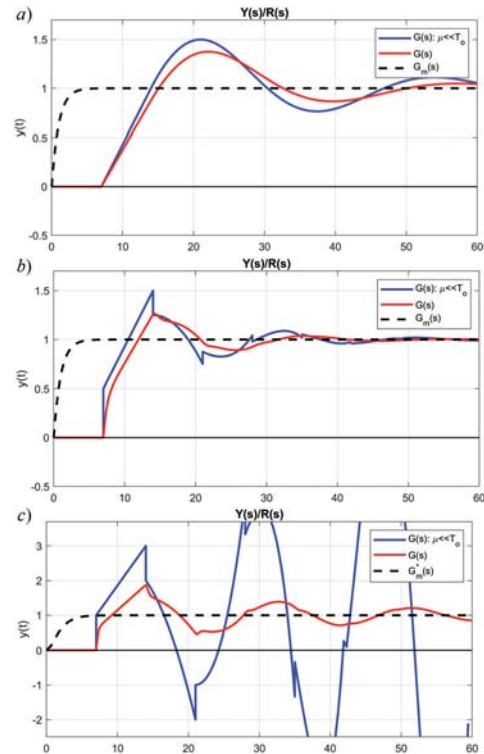
Dokonyując aproksymacji składowej "nieodwracalnej" $P_p(s)$ procesu regulacji $P(s)$ zgodnie z przedstawionymi wariantami, uzyskujemy odpowiadające im trzy definicje regulatorów $C(s)$:

$$(70) \quad C_{Taylor}(s) = \frac{3s + 1}{8s},$$

$$(71) \quad C_{Padew1}(s) = \frac{(3s + 1)(3.5s + 1)}{s(3.5s + 8)},$$

$$(72) \quad C_{Padew2}(s) = \frac{(3s + 1)(3.5s + 1)}{s(s + 5.5)}.$$

Na Rys. 11 pokazane zostały, kolorem czerwonym, przebiegi czasowe odpowiedzi powstałych UR na skokową zmianę wartości zadanej $r(t)$. Przebiegi czasowe oznaczone kolorem niebieskim obrazują graniczne przebiegi odpowiedzi skokowej danego układu sterowania, przy $\mu \ll T_o$, opisanego zależnościami (59), (62) oraz (67). Łatwo można zauważyć, że wszystkie te przebiegi silnie odbiegają od założonego charakteru dynamiki głównej $G_m(s)$ (pokazane czarną przerywaną linią).



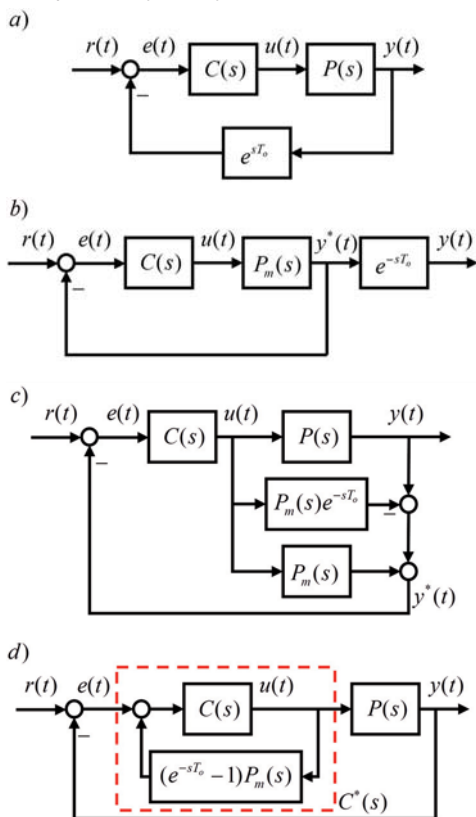
Rys. 11. Przebiegi czasowe odpowiedzi wyjścia $y(t)$ US obiektem $P_4(s)$ z opóźnieniem o strukturze zamkniętej na skokową zmianę wartości zadanej $r(t)$ a) z aproksymacją opóźnienia szeregiem Taylora, b) z aproksymacją Padégo w wariancie 1 oraz c) z aproksymacją Padégo w wariancie 2; kolorem niebieskim zaznaczono przebiegi graniczne wyjścia US w wariancie $\mu \ll T_o$

Jak zostało pokazane, w powyższej analizie, aproksymacja opóźnienia funkcjami wymiernymi nie przynosi oczekiwanych rezultatów. Jedynie w przypadku syntezy US, którego dynamika modelowa $G_m(s)$ jest względnie powolna ($\mu \geq T_o$) [14] odpowiedź czasowa US zbliżona jest do charakterystyki dynamiki referencyjnej $G_m(s)$. Jednak

w takim przypadku można pokazać, że niemal dowolna aproksymacja pozwala na uzyskanie powolnego US. Z drugiej strony odrzucenie warunku (6) odbywa się kosztem jakości projektowanego UR.

5.3.4 Regulator ze sprzężeniem korekcyjnym

Jednym z problemów syntezy UR z procesem z opóźnieniem jest fakt, że informacja o zmianie sygnału wyjściowego dociera do regulatora z opóźnieniem o czas T_o . Idea korekcji wynika więc z próby "przyspieszenia" odpowiedzi procesu z opóźnieniem, tak aby do węzła, w którym odbywa się porównanie z wartością zadaną $r(t)$, podawać sygnał wyjściowy z obiektu $y(t)$ bez opóźnienia. Ideą tą, związaną z procesem predykcji sygnału wyjściowego, obrazuje schemat blokowy UR pokazany na Rys. 12a.



Rys. 12. Schematy blokowe US procesem $P(s)$ z opóźnieniem T_o a) schemat ideowy predykcji sygnału wyjściowego, b) schemat blokowy postaci równoważnej schematowi ideowemu, w którym nie występuje opóźnienie w przesyśle sygnału wyjściowego układu, c) rozwinięty schemat blokowy wykorzystujący strukturę podobną do IMC bez opóźnienia sygnału wyjściowego d) przekształcona postać struktury IMC do wariantu regulatora z korektorem Smitha

Uwzględniając faktoryzację procesu $P(s)$ (55) schemat zastępczy UR z korekcją można przedstawić jak na Rys. 12b. W wariacie takim synteza regulatora $C(s)$ uwzględnia jedynie część "odwracalną" procesu $P_m(s)$:

$$(73) \quad C(s) = \frac{G_m(s)}{P_m(s)(1 - G_m(s))}.$$

Jednak zwykle w procesach rzeczywistych nie ma możliwości fizycznego odseparowania części dynamicznej procesu regulacji od czasu opóźnienia. Można jednak zmodyfikować powyższą strukturę UR do postaci Rys. 12c, wykorzystując schemat regulacji zbliżony do IMC Rys. 7a. Struktura ta po prostych przekształceniach może zostać sprowad-

zona do układu o postaci Rys. 12d, w której regulator $C^*(s)$ objęty jest sprzężeniem korekcyjnym uwzględniającym model procesu wraz z opóźnieniem. Struktura ta znana jest jako postać $C^*(s)$ regulatora z predyktorem Smitha [8, 12, 13] i określona jest zależnością:

$$(74) \quad C^*(s) = \frac{C(s)}{1 + P_m(s)C(s)(1 - e^{-sT_o})}.$$

Dla regulatora $C(s)$ zdefiniowanego jak w (73), wraz ze sprzężeniem korekcyjnym, główna dynamika wejściowo-wyjściowa $G(s)$ UR, zgodnie z (41), przyjmuje postać:

$$(75) \quad G(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{C^*(s)P(s)}{1 + C^*(s)P(s)} = G_m(s)e^{-sT_o}.$$

Przykład 7

Rozpatrzmy wariant US z procesem z opóźnieniem, jak w przykładzie 3, opisanym transmitancją:

$$(76) \quad P_3(s) = \frac{9}{9s^2 + 6s + 5} e^{-5s},$$

dla którego założymy, że referencyjna dynamika wejściowo-wyjściowa, spełniająca warunki (5), (6) oraz (17) określona jest zależnością (dla $\mu = T/3$):

$$(77) \quad G_{m3}(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1}{(s + 1)^2}.$$

W rezultacie, wykorzystując zależność (40) regulator $C(s)$ przyjmuje postać:

$$(78) \quad C_3(s) = \frac{9s^2 + 6s + 5}{9s(s + 2)}.$$

Przebiegi czasowe reakcji wyjścia powstałego UR na skokową zmianę wartości zadanej $r(t)$ oraz zakłócenia $d(t)$ wraz z odpowiadającymi im sygnałami sterowań $u(t)$ pokazane zostały na Rys. 13.

5.4 Proces niestabilny

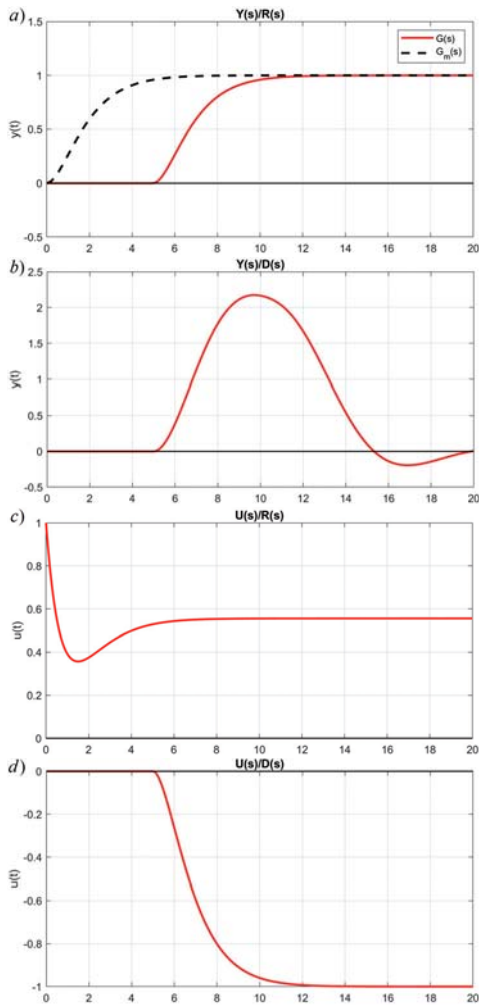
Szczególnym przypadkiem przedstawionych wcześniej wariantów modeli procesów jest grupa obiektów regulacji niestabilnych. W odróżnieniu od US o strukturze otwartej w UR o strukturze zamkniętej istnieje możliwość syntezy US gwarantującego stabilną pracę układu. Załóżmy, podobnie jak w przypadkach wcześniejszych, że model procesu $P(s)$ można zdekomponować na składową "odwracalną" $P_m(s)$ oraz "nieodwracalną" $P_p(s)$. Dodatkowo, dla procesów niestabilnych zachodzi:

$$(79) \quad P_m(s) = \frac{P^*(s)}{\prod_{i=1}^{\kappa} (s - s_i^*)}, \quad \Re\{s_i^*\} > 0 : i = 1, \dots, \kappa \leq n_P,$$

gdzie n_P określa rząd oraz $P^*(s)$ część stabilną dynamiki $P_m(s)$.

Jednym z najprostszych sposobów spełnienia warunku 3 stabilności układu zamkniętego jest modyfikacja referencyjnej dynamiki $G_m(s)$ poprzez wprowadzenie odpowiedniego wielomianu w liczniku dynamiki gwarantującego spełnienie warunku (43). Jednocześnie należy pamiętać o spełnieniu warunku (17):

$$(80) \quad G_m^*(s) = G_m(s) \frac{\prod_{i=1}^{\kappa} (\beta_i s + 1)}{(\gamma s + 1)^{\kappa}} = G_m(s) \frac{\sum_{i=1}^{\kappa} \alpha_i s^i + 1}{(\gamma s + 1)^{\kappa}},$$



Rys. 13. Przebiegi czasowe odpowiedzi US obiektem $P_3(s)$ o strukturze zamkniętej z regulatorem $C(s)$ objętym sprzężeniem korekcyjnym Smitha a) na skokową zmianę wartości zadanej $r(t)$ oraz b) na skokową zmianę wartości zakłócenia $d(t)$ wraz z odpowiadającymi im sygnałami sterowań $u(t)$ c) dla wartości zadanej $r(t)$ oraz d) dla sygnału zakłócenia $d(t)$

gdzie stała czasowa $\gamma > 0$ określa dynamikę członów "wprowadzanych" do układu w miejsce "eliminowanych", zgodnie z warunkiem 3 stabilności układu zamkniętego, biegunów niestabilnych s_i^* modelu procesu $P(s)$. Zwykle, podobnie jak dla stałej μ (6), aby zapewnić odpowiednią szybkość US zakłada się, że $\gamma < T$.

Uwzględniając efekt modyfikacji modelu referencyjnego (80) oraz wynik wcześniejszej analizy dotyczące głównej dynamiki $G(s)$ projektowanego US (41), (45), (51) i (75), można warunek stabilności (43) zapisać następująco:

$$(81) \quad G_m^*(s_i^*)P_p(s_i^*) = 1 \quad : \quad i = 1, \dots, \kappa.$$

Dla κ niestabilnych biegunów s_i^* procesu $P(s)$ uzyskany w ten sposób układ równań umożliwił wyznaczenie wartości β_i lub α_i wielomianów modyfikujących dynamikę referencyjną US (80).

Uwzględniając powyższe modyfikacje, wynikające z warunku 3 stabilności UR, można definicję regulatora UR wyrazić zależnością:

$$(82) \quad C(s) = \frac{G_m^*(s)}{P_m(s)(1 - G_m^*(s)P_p(s))}.$$

Odpowiednio, definicja rzeczywistej głównej transmitancji wejściowo-wyjściowej $G(s)$ projektowanego UR z niestabil-

nym procesem $P(s)$ przyjmuje postać:

$$(83) \quad G(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{C(s)P(s)}{1 + C(s)P(s)} = G_m^*(s)P_p(s).$$

Przykład 8

Rozpatrzmy wariant US z niestabilnym procesem:

$$(84) \quad P_5(s) = \frac{3}{(3s + 1)(s - 2)},$$

dla którego założymy, że referencyjna dynamika wejściowo-wyjściowa, spełniająca warunki (5), (6) oraz (17) określona jest transmitancją (dla $\mu = T/3$):

$$(85) \quad G_{m5}(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1}{(s + 1)^2}.$$

Proces regulacji $P_5(s)$ posiada jeden niestabilny biegun $s_1^* = 2$. Zgodnie z pokazaną wcześniej procedurą wymagana jest zatem korekta modelu referencyjnego $G_m(s)$ (85) (dla $\gamma = 0.5$):

$$(86) \quad G_{m5}^*(s) = \frac{\beta_1 s + 1}{(s + 1)^2(0.5s + 1)} = \frac{\alpha_1 s + 1}{(s + 1)^2(0.5s + 1)}.$$

Wartości współczynników β_1 oraz α_1 można wyznaczyć z warunku (81):

$$(87) \quad G_{m5}^*(2)P_p(2) = 1 \rightarrow \alpha_1 = \beta_1 = 8.5.$$

Dla tak zdefiniowanego problemu syntezy US, zgodnie z (82), regulator przyjmuje postać:

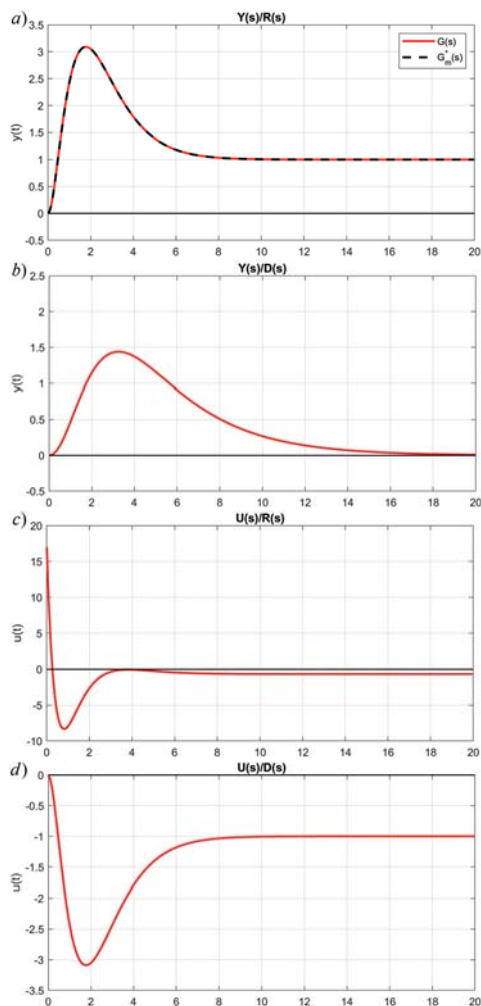
$$(88) \quad C_5(s) = \frac{17(3s + 1)(8.5s + 1)}{25.5s(s + 6)}.$$

Zachowanie powstałego UR w reakcji na skokową zmianę wartości zadanej $r(t)$ oraz zakłócenia $d(t)$ wraz z odpowiadającymi im sterowaniami $u(t)$ pokazane zostały na Rys. 14.

Jak zostało pokazane Rys. 9-Rys. 10 oraz Rys. 13-Rys. 14, wartość zadana $r(t)$ jest realizowana przez US zgodnie z założoną dynamiką $G_m(s)$ z uwzględnieniem wpływu części "nieodwracalnej" procesu $P_p(s)$ zgodnie z zależnością (41). Można również zauważyć, podobnie jak dla US o strukturze otwartej, że powstały US posiada dynamikę trzykrotnie szybszą od dynamiki procesu $P(s)$. Zgodnie z założeniami US o strukturze zamkniętej minimalizuje błąd regulacji wynikający z pojawiającego się zakłócenia $d(t)$ co wyraźnie widać na przebiegach sygnału wyjściowego UR w reakcji na zakłócenie. Jak zostało pokazane, we wszystkich czterech przypadkach, przebiegi sygnałów wyjścia $y(t)$ jak i odpowiadających im sterowań $u(t)$ na skokową zmianę sygnału wejściowego, zarówno wartości zadanej jak i zakłócenia, wykazują stabilny charakter. Zaproponowany mechanizm syntezy UR sprawdza się także w przypadku procesów niestabilnych (przykład 8).

Podsumowanie

W artykule pokazana została procedura syntezy układów sterowania o strukturze otwartej oraz zamkniętej. Procedura ta, przy założonym modelu $G_m(s)$ dynamiki projektowanego US, obejmuje praktycznie wszystkie możliwe klasy procesów dynamicznych $P(s)$. Zdefiniowane zostały wymagania dotyczące jakości projektowanego US umożliwiające odpowiedni wybór transmitancji modelowej $G_m(s)$.



Rys. 14. Przebiegi czasowe odpowiedzi US obiektem $P_5(s)$ o strukturze zamkniętej a) na skokową zmianę wartości zadanej $r(t)$ oraz b) na skokową zmianę wartości zakłócenia $d(t)$ wraz z odpowiadającymi im sygnałami sterującymi $u(t)$ c) dla zmiany wartości zadanej $r(t)$ oraz d) dla zmiany zakłócenia $d(t)$

Pokazane zostały mechanizmy działania w przypadku procesów łatwych (minimalnofazowych), procesów nieminimalnofazowych oraz z czasem opóźnienia T_o . W przypadku tych ostatnich proponowane podejście zostało skonfrontowane z literaturowymi wariantami syntezy US, z obiektami z opóź-

nieniem, bazującymi na aproksymacjach składowej czasu opóźnienia. Dla prezentowanych struktur US zostały zdefiniowane warunki stabilności, a ich konsekwencje uwzględnione w procedurach syntezy korektorów $Q(s)$ i regulatorów $C(s)$ także dla procesów niestabilnych.

Autorzy: dr inż. Robert Bieda, Politechnika Śląska, Instytut Automatyki, Katedra Automatyki i Robotyki, ul. Akademicka 16, 44-100 Gliwice, email: robert.bieda@polsl.pl

LITERATURA

- [1] Bars R., Cs. Bányász, and L. Keviczky: Introducing New Paradigms in Basic Control Education Using the YOULA Parameterisation; International Conference on Engineering Education and Research, Sydney, Australia, 2016
- [2] Chen, P.; Zhang, Y.; Wang, J.; Azar, A.T.; Hameed, I.A.; Ibraheem, I.K.; Kamal, N.A.; Abdulmajeed, F.A. Adaptive Internal Model Control Based on Parameter Adaptation. *Electronics* 2022, 11, 3842.
- [3] Wen Tan, Horacio J. Marquez, Tongwen Chen: IMC design for unstable processes with time delays, *Journal of Process Control*, Volume 13, Issue 3, Pages 203-213, 2003
- [4] N. Touati, I. Saidi and D. Soudani, "Modified internal model control for unstable systems," 2018 International Conference on Advanced Systems and Electric Technologies (IC_ASET), Hammamet, Tunisia, pp. 352-356, 2018
- [5] Danlel E. Rivera, Manfred Morari, and Sigurd Skogestad: Internal Model Control: PID Controller Design, Industrial and Engineering Chemistry Process Design and Development, vol. 25, pp. 252-265, 1986
- [6] Imane Mahtout, Francisco Navas, Vicente Milanés, Fawzi Nashashibi: Advances in Youla-Kucera parametrization: A Review, *Annual Reviews in Control*, Volume 49, Pages 81-94, 2020
- [7] B. Wayne Bequette: Process Control: Modeling, Design, and Simulation, Second Edition, Pearson, 2002
- [8] Eugeniusz Rosołowski: Podstawy regulacji automatycznej, Politechnika Wroclawska, Wroclaw, 2021
- [9] Sigurd Skogestad, Ian Postlethwaite: Multivariable Feedback Control: Analysis and Design, 2nd Edition, JOHN WILEY & SONS, 2001
- [10] Zbigniew Emirsajłow: Teoria układów sterowania, Część I. Układy liniowe z czasem ciągłym, Skrypt Politechniki Szczecińskiej, Seria Tempus, Szczecin, 2000
- [11] Aidan O'Dwyer: Handbook of PI and PID controller tuning rules, 3rd Edition, Imperial College Press, 2009
- [12] Antonio Visioli: Practical PID Control, Springer-Verlag, 2006
- [13] Karl Johan Åström, Richard M. Murray: Feedback Systems, An Introduction for Scientists and Engineers, Princeton University Press, 2008
- [14] S. Pegel, S. Engell: Design of PID Controllers via Frequency Response Approximation, *IFAC Proceedings Volumes*, Volume 33, Issue 4, Pages 63-68, 2000