

Modelowanie wyładowania łukowego w niskociśnieniowej rtęciowej lampie wyładowczej

Streszczenie. Ze względu na liczbę czynników determinujących charakter łuku elektrycznego w ostatnich kilkudziesięciu latach powstało wiele modeli łuku elektrycznego. Modele te powstawały głównie na potrzeby symulowania wysokoprądowego łuku łączeniowego w aparatach elektrycznych. Na przestrzeni lat podejmowano próby adaptacji wybranych modeli do opisu charakterystyk niskociśnieniowych rtęciowych lamp wyładowczych. Uzyskiwane wyniki jednak znacznie różniły się od wartości eksperymentalnych. W pracy przedstawiono założenia opracowanego modelu łuku w niskociśnieniowym wyładowaniu w parach rtęci.

Abstract. Due to the number of factors determining the characteristics of an electric arc, many electric arc models have been developed over the past few decades. These models were primarily created for the purpose of simulating high-current switching arcs in electrical devices. Over the years, attempts have been made to adapt selected models to describe the characteristics of low-pressure mercury discharge lamps. However, the obtained results significantly differed from experimental values. This paper presents the assumptions of a developed arc model in low-pressure mercury vapor discharge (**Modeling the arc discharge in a low-pressure mercury discharge lamp**).

Słowa kluczowe: niskociśnieniowa rtęciowa lampa wyładowcza, model matematyczny, wyładowanie.

Keywords: low-pressure mercury discharge lamp, mathematical model, discharge.

Wstęp

Znajomość charakterystyki napięciowo - prądowej ma istotne znaczenie dla prawidłowego projektowania urządzeń elektrycznych, w tym niskociśnieniowych układów pracy lampy. Jedną z metod wykorzystywanych na etapie projektowania jest opis matematyczny charakterystyki, który pozwala symulować zjawiska energetyczne. Obecnie prowadzone są poszukiwania modelu matematycznego, który prawidłowo opisze rzeczywistą charakterystykę napięciowo - prądową niskociśnieniowego wyładowania w gazie w różnych warunkach otoczenia oraz przy różnych warunkach zasilania.

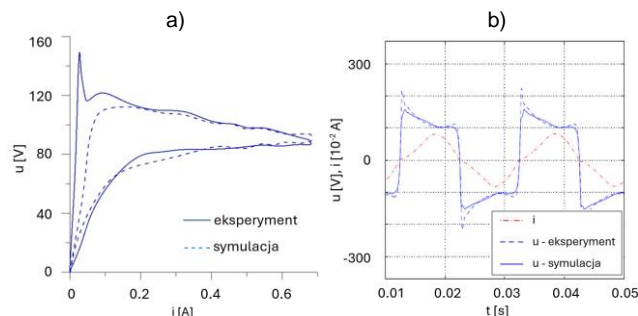
W literaturze spotyka się różne koncepcje modeli [1, 2, 3, 8, 9], które najczęściej służą do opisu wysokoprądowego łuku elektrycznego. Są to m.in. modele Warringtona [10], Cassiego [1] lub Mayra [2]. Opisują one dosyć dobrze przebieg łuku łączeniowego, spawalniczego, czy zagadnienia pieców łukowych. Modele te nie są jednak w żaden sposób dopasowane do łuku niskociśnieniowego.

W literaturze spotyka się również modele będące połączeniem dwu lub więcej koncepcji modeli [4, 5, 6, 11]. Są to tzw. modele hybrydowe. Mogą one uwzględniać więcej parametrów łuku, takich jak długość łuku elektrycznego czy ilość mocy cieplnej oddawanej do otoczenia. Przykładem modelu hybrydowego są modele Woronina [5] czy Habedanka [3, 4, 5]. Modele te powstały w wyniku połączenia zmodyfikowanych modeli Cassiego oraz Mayra na potrzeby analizy łuku łączeniowego i nie w pełni są przydatne także do modelowania łuku niskociśnieniowego.

Na przestrzeni lat podejmowano próby adaptacji wybranych modeli łuku elektrycznego do opisu łuku niskociśnieniowego. Przykładem takiego modelu jest równanie różniczkowe niskociśnieniowej rtęciowej lampy wyładowczej określone równaniem Cassie-Francisa (Rys. 1a) [6] czy Peek-Spencera (Rys. 1b) [6]. Próby adaptacji istniejących modeli na potrzeby opisu charakterystyk łuku niskociśnieniowego podejmowali również m.in. Almeida [12], czy Pabjańczyk [6].

Dostępne w literaturze modele wykorzystuje się głównie w układach wysokoprądowych lub wysokociśnieniowych i nie są w pełni przydatne do opisu łuku niskociśnieniowego. Modele te niezbyt dokładnie odwzorowują rzeczywiste charakterystyki napięciowo - prądowe łuku

niskociśnieniowego. Występujące rozbieżności można tłumaczyć zarówno źle przyjętymi założeniami, jak i niewłaściwym doбором współczynników tych równań, gdyż uwzględniono w nich jedynie parametry elektryczne bez odniesienia do warunków środowiska pracy lampy, takich jak temperatura otoczenia. Błąd opisu charakterystyki w zakresie niskich częstotliwości sięga kilkudziesięciu procent, dlatego nie można ich stosować przy opisie łuku niskociśnieniowego.



Rys. 1. a) charakterystyka napięciowo - prądowa niskociśnieniowej rtęciowej lampy wyładowczej dla częstotliwości 50Hz wg równania Cassie-Francisa, b) przebiegi czasowe prądów i napięć wg równania Peek-Spencera

Biorąc pod uwagę powyższe uwarunkowania uznano, iż należy poszukiwać nowych rozwiązań, które umożliwią poprawny opis charakterystyk napięciowo - prądowych łuku niskociśnieniowego.

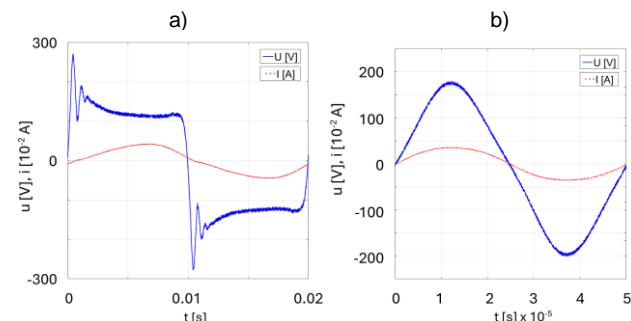
Parametry napięciowo – prądowe

Układ elektryczny lampy można traktować jako odbiornik nieliniowy o ujemnej nieliniowej charakterystyce napięciowo – prądowej [13]. Cecha ta powoduje konieczność zastosowania w obwodzie zasilania lampy układu stabilizacyjno - zapłonowego (statecznika), który służy do inicjacji zapłonu lampy, a po zapłonie do ograniczenia prądu w obwodzie lampy do określonej wartości. Obecnie w instalacjach stosuje się stateczniki magnetyczne lub elektroniczne [14]. W przypadku stateczników magnetycznych częstotliwość prądu w obwodzie lampy wynosi 50 Hz. W układach ze statecznikami elektronicznymi

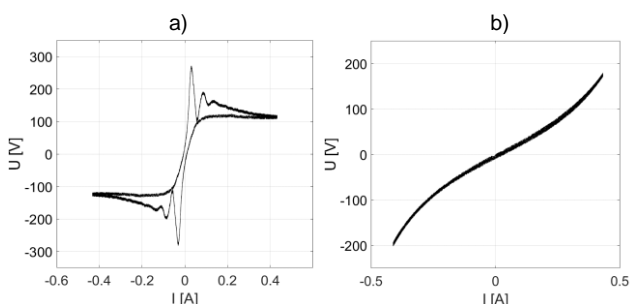
częstotliwość mieści się zwykle w przedziale do 12 kHz do 40 kHz.

Powyższe warunki eksploatacyjne skłoniły do przeprowadzenia badań lamp pracujących w zakresie częstotliwości prądu w obwodzie lampy od 50 Hz do 50 kHz.

Przykładowe przebiegi prądu i napięcia oraz charakterystyki napięciowo – prądowe uzyskane w trakcie badań przedstawiono dla częstotliwości 50 Hz oraz 20 kHz (rys. 2, rys. 3).



Rys. 2. Przebiegi czasowe prądów i napięć na lampie o mocy 38 W w temperaturze otoczenia 30°C oraz częstotliwości prądu w obwodzie lampy: a) 50 Hz, b) 20 kHz



Rys. 3. Charakterystyki napięciowo – prądowe lampy o mocy 38 W w temperaturze otoczenia 30°C oraz częstotliwości prądu w obwodzie lampy: a) 50 Hz, b) 20 kHz

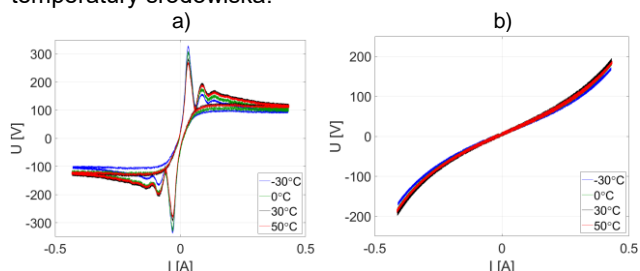
Analiza uzyskanych wyników badań przedstawionych na rys. 2 oraz rys. 3 wykazuje, że przy częstotliwościach niższych występuje wyraźny skok napięcia, czego nie ma przy wyższych częstotliwościach prądu w obwodzie lampy. Tłumaczyć to należy tym, że wraz ze wzrostem częstotliwości prądu w obwodzie lampy skraca się czas dejonizacji plazmy wyładowania, zwiększa się gęstość elektronów, a wyładowanie dąży do równowagi dynamicznej. Oznacza to, że przy wzroście częstotliwości prądu w obwodzie lampy proces ponownego zapłonu lampy trwa coraz krócej, co prowadzi do zmniejszenia oscylacji krzywej napięcia lampy oraz uzyskania niemal liniowej charakterystyki.

Rzeczywiste instalacje oświetleniowe pracują w środowisku, w którym temperatura otoczenia ulega zmianie. W związku z tym wykonano badania charakterystyk napięciowo - prądowych lamp w temperaturze otoczenia od -30°C do +50°C. Przykładowe charakterystyki uzyskane w trakcie badań przedstawiono na rys. 4.

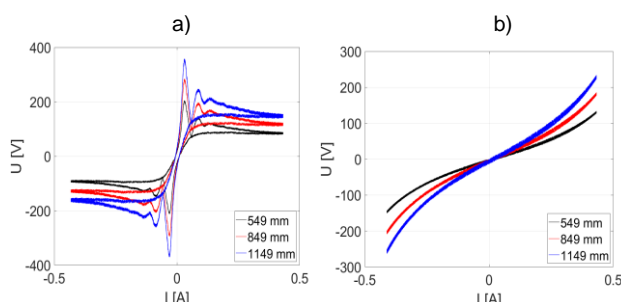
Wyniki badań przedstawionych na rys. 4 wskazują, że przebiegi napięciowo – prądowe lampy są zależne od temperatury otoczenia pracy.

W instalacjach oświetleniowych stosuje się lampy o różnej długości. Najczęściej spotykane długości lamp wynoszą 549 mm, 849 mm oraz 1149 mm. Dlatego przeprowadzono badania charakterystyk napięciowo – prądowych lamp o różnych długościach a wyniki badań przedstawiono na rys. 5.

Wyniki przeprowadzonych badań (rys. 2 do 5) wskazują jednoznacznie, że charakterystyki napięciowo – prądowe lampy zależą nie tylko od częstotliwości prądu w obwodzie lampy. Są zależne również od wymiarów lampy oraz od temperatury środowiska.



Rys.4. Charakterystyki napięciowo – prądowe lampy o mocy 38 W dla temperatury otoczenia od -30°C do +50°C oraz częstotliwości prądu w obwodzie lampy: a) 50 Hz, b) 20 kHz



Rys.5. Charakterystyki napięciowo – prądowe lampy o długości 549 mm, 849 mm, 1149 mm oraz częstotliwości prądu w obwodzie lampy: a) 50 Hz, b) 20 kHz

Modelowanie

Ze względu na zależności wskazane w poprzednim rozdziale przeprowadzono badania oraz wielowariantową analizę przydatności istniejących modeli łuku elektrycznego do opisu charakterystyk wyładowania niskociśnieniowego.

Dla uzyskanych wyników przeprowadzono modelowanie za pomocą modelu Cassiego. Z przeprowadzonej analizy wynika, że model uzyskuje dobre dopasowanie charakterystyk łuku elektrycznego w zakresie wyższych wartości oraz częstotliwości prądu, a błąd dopasowania charakterystyki modelowej do danych rzeczywistych przekracza kilkadziesiąt procent.

W dalszej kolejności przeprowadzono modelowanie za pomocą modelu Mayra. Z przeprowadzonej analizy wynika, że model pozwala uzyskać dobre dopasowanie w zakresie niższych częstotliwości, w których występują skoki napięcia związane z zapłonem lampy [1, 2, 3, 4, 5]. Również w tym przypadku błąd dopasowania charakterystyki modelowej do danych rzeczywistych przekracza kilkadziesiąt procent.

W związku z powyższym przeprowadzono modelowanie za pomocą modeli hybrydowych, m.in. Woronina oraz Habadanka. Z analizy przeprowadzonych badań wynika, że modele hybrydowe uzyskują znacznie lepsze dopasowanie do rzeczywistej charakterystyki niż modele Cassiego oraz Mayra. Jednak również w tym przypadku błąd dopasowania charakterystyki modelowej do danych rzeczywistych przekracza kilkanaście procent.

Istniejące modele nie spełniają wymagań w zakresie dobrego dopasowania charakterystyki modelowej do charakterystyki rzeczywistej. Dlatego przeprowadzono wiele prób, w trakcie których zmieniano wartości współczynników modeli uzyskując jednak niedokładne odwzorowanie rzeczywistej charakterystyki napięciowo - prądowej. W trakcie badań zauważono, że dopiero zastosowanie dodatkowych założeń pozwoliło uzyskać coraz lepsze dopasowanie.

Na podstawie przeprowadzonych wielowariantowych analiz zbudowano złożony model hybrydowy, do budowy którego wykorzystano modele Cassiego i Mayra oraz dodatkowe precyzyjne założenia uwzględniające powyższe czynniki wynikające z rozdziału drugiego, tj. warunki środowiskowe oraz różne długości lampy. Założenia opracowanego modelu:

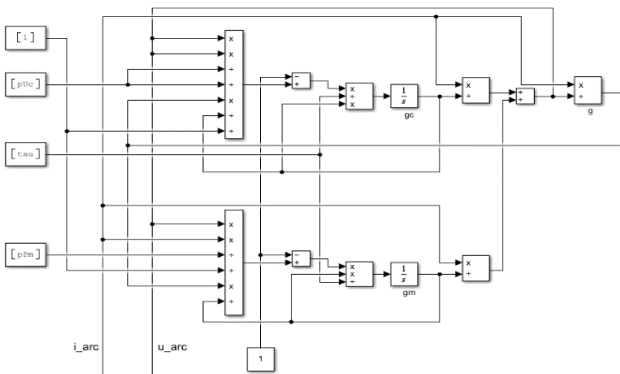
- szeregowe połączenie modelu Cassiego oraz Mayra,
- równanie Cassiego [1, 3, 5]: $\frac{1}{g} \frac{dg}{dt} = \frac{1}{\theta_c} \left(\frac{u_{arc}^2}{U_c^2} - 1 \right)$ gdzie: g – przewodność łuku [S], θ_c – stała czasowa związana z elektrycznymi parametrami łuku (współczynnik tłumienia) [S], u_{arc} – chwilowy spadek napięcia łuku [V], U_c – napięcie łuku (stały parametr równania) [V].
- równanie Mayra [2, 3, 5]: $\frac{1}{g_M} \frac{dg_M}{dt} = \frac{1}{\theta_M} \left(\frac{u_{arc} i_{arc}}{P_M} - 1 \right)$ gdzie: θ_M – stała czasowa związana z elektrycznymi parametrami łuku (współczynnik tłumienia) [S], i_{arc} – chwilowy prąd łuku [A], P_M – współczynnik określający moc oddawaną przez łuk do otoczenia (chłodzenie) [W].
- napięcie łuku zależne jest od temperatury otoczenia oraz długości lampy,
- moc łuku rozpraszana do otoczenia zależna jest od temperatury otoczenia, częstotliwości prądu w obwodzie lampy oraz długości lampy,
- stałe czasowe związane z elektrycznymi parametrami łuku w modelu Cassiego i Mayra są sobie równe.

Po uwzględnieniu powyższych założeń parametry elektryczne lampy opisano układem równań (1).

$$(1) \begin{cases} \frac{1}{g_c} \frac{dg}{dt} = \frac{1}{\theta} \left(\frac{u_{arc}^2}{pU_{c(\theta_{on})}^2 l} \cdot \frac{g}{g_c} - 1 \right) \\ \frac{1}{g_M} \frac{dg_M}{dt} = \frac{1}{\theta} \left(\frac{u_{arc} i_{arc}}{pP_M(\theta_{on}, f) l} \cdot \frac{g}{g_M} - 1 \right) \\ \frac{1}{g} = \frac{1}{g_c} + \frac{1}{g_M} \\ u_{arc} = \frac{i_{arc}}{g} \end{cases}$$

gdzie: u_{arc} – chwilowy spadek napięcia łuku [V], i_{arc} – chwilowy prąd łuku [A], g , g_c , g_M – przewodność łuku [S], θ – stała czasowa związana z elektrycznymi parametrami łuku (współczynnik tłumienia) [S], l – długość lampy [m], $pU_{c(\theta_{on})}$ – współczynnik napięcia łuku zależny od temperatury otoczenia [V/m], $pP_M(\theta_{on}, f)$ – współczynnik określający moc oddawaną przez łuk do otoczenia (chłodzenie), zależny od temperatury otoczenia oraz częstotliwości prądu w obwodzie lampy [W/m].

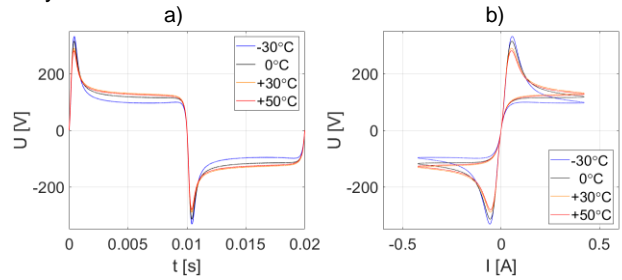
Odzwierciedleniem powyższych równań jest opracowany schemat blokowy układu, który przedstawiono na rys. 6.



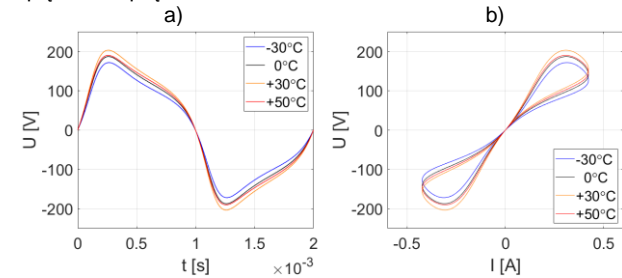
Rys. 6. Schemat blokowy modelu wyładowania w lampie

Po zaimplementowaniu schematu blokowego oraz kodu programu w środowisku Matlab-Simulink przeprowadzono badania symulacyjne w założonym zakresie zmian częstotliwości prądu w obwodzie lampy (od 50 Hz do 50 kHz), długości lampy (od 549 mm do 1149 mm) oraz temperatury otoczenia (od -30°C do +50°C).

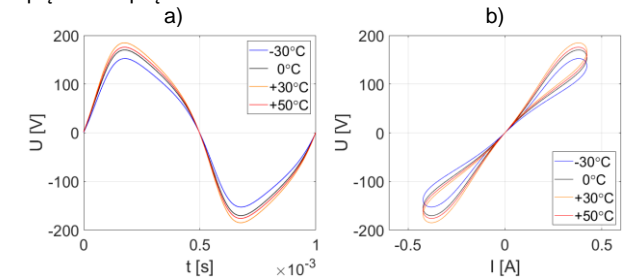
Wybrane wyniki symulacji zmiany temperatury otoczenia oraz częstotliwości prądu w obwodzie lampy przedstawiono na rysunkach 7 do 10.



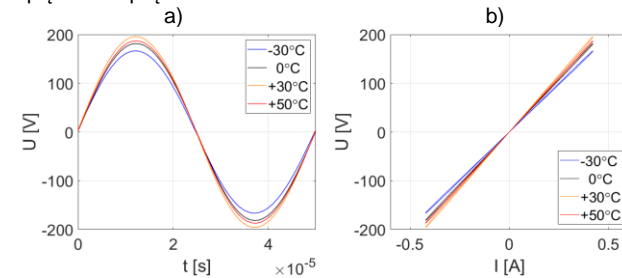
Rys. 7. Symulacja zmiany temperatury otoczenia dla częstotliwości 50 Hz: a) przebieg czasowy napięcia na lampie, b) charakterystyka napięciowo - prądowa



Rys. 8. Symulacja zmiany temperatury otoczenia dla częstotliwości 500 Hz: a) przebieg czasowy napięcia na lampie, b) charakterystyka napięciowo - prądowa

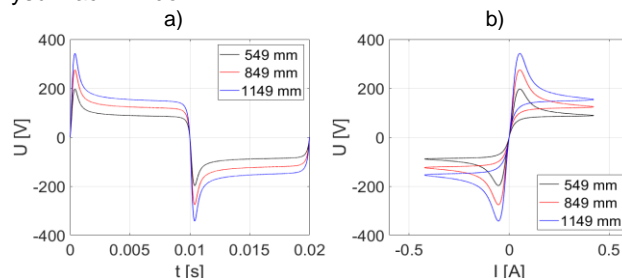


Rys. 9. Symulacja zmiany temperatury otoczenia dla częstotliwości 1 kHz: a) przebieg czasowy napięcia na lampie, b) charakterystyka napięciowo - prądowa

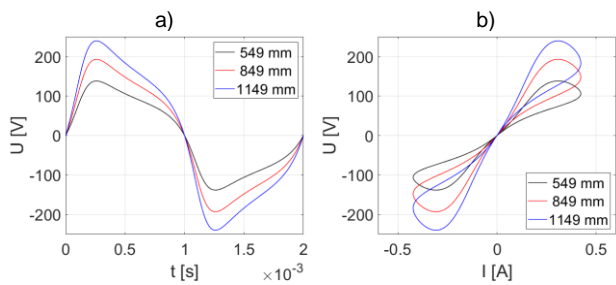


Rys. 10. Symulacja zmiany temperatury otoczenia dla częstotliwości 20 kHz: a) przebieg czasowy napięcia na lampie, b) charakterystyka napięciowo - prądowa

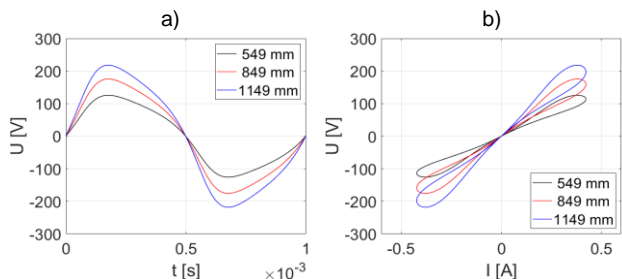
Wybrane wyniki symulacji zmiany długości lampy oraz częstotliwości prądu w obwodzie lampy przedstawiono na rysunkach 11 do 14.



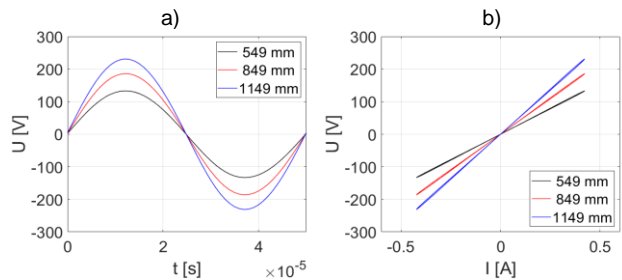
Rys. 11. Symulacja zmiany długości lampy dla częstotliwości 50 Hz: a) przebieg czasowy napięcia na lampie, b) charakterystyka napięciowo - prądowa



Rys. 12. Symulacja zmiany długości lampy dla częstotliwości 500 Hz: a) przebieg czasowy napięcia na lampie, b) charakterystyka napięciowo – prądowa



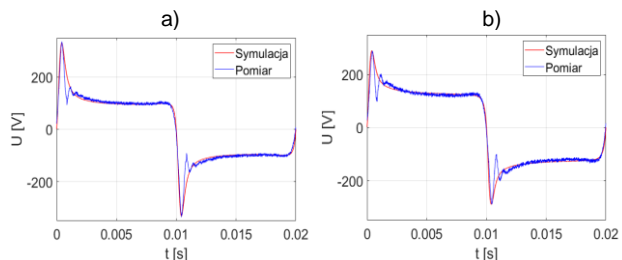
Rys. 13. Symulacja zmiany długości lampy dla częstotliwości 1 kHz: a) przebieg czasowy napięcia na lampie, b) charakterystyka napięciowo – prądowa



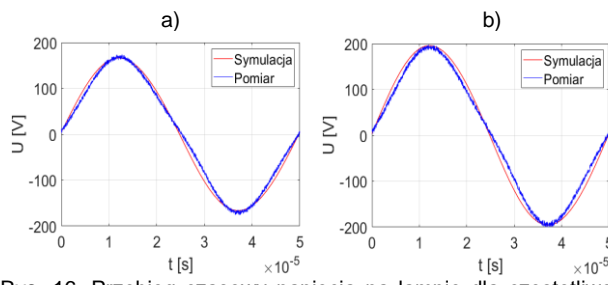
Rys. 14. Symulacja zmiany długości lampy dla częstotliwości 20 kHz: a) przebieg czasowy napięcia na lampie, b) charakterystyka napięciowo - prądowa

Symulacje przeprowadzone z użyciem zaprojektowanego modelu wykazują zależność charakterystyk napięciowo - prądowych od temperatury otoczenia i długości lampy oraz potwierdzają wyniki uzyskane w trakcie badań eksperymentalnych na rzeczywistych lampach.

Weryfikacji przyjętego modelu dokonano poprzez ocenę zgodności obliczeń modelowych z wynikami badań empirycznych grupy lamp o mocy od 14 W do 54 W. Zgodność obiektu rzeczywistego z opracowanym modelem dla różnych częstotliwości prądu w obwodzie lampy oraz różnych temperatur otoczenia określona została na podstawie wartości współczynnika determinacji R^2 . [15] Przykładowe wyniki badań dla lampy o mocy 38 W przedstawiono na rysunkach od 15 do 16.



Rys. 15. Przebieg czasowy napięcia na lampie dla częstotliwości prądu w obwodzie lampy wynoszącej 50 Hz oraz temperatury otoczenia wynoszącej: a) -30°C, b) +30°C



Rys. 16. Przebieg czasowy napięcia na lampie dla częstotliwości prądu w obwodzie lampy wynoszącej 20 kHz oraz temperatury otoczenia wynoszącej: a) -30°C, b) +30°C

Porównanie danych uzyskanych w trakcie badań z danymi modelowymi (rys. 15 do 16) wskazuje, że wartość współczynnika determinacji R^2 mieści się w przedziale od 0,975 do 0,988, co potwierdza wysoką zgodność opracowanego modelu niskociśnieniowego łuku z obiektem rzeczywistym.

Uzyskane wyniki potwierdziły, że opracowany model łuku niskociśnieniowego opisuje charakterystyki napięciowo - prądowe z dużą dokładnością i może być stosowany do projektowania układów pracy niskociśnieniowych ręciovych lamp wyładowczych.

Podsumowanie

Opracowany model wykazuje dużą zgodność z rzeczywistymi charakterystykami napięciowo – prądowymi wyładowania niskociśnieniowego oraz uwzględnia dodatkowe parametry, takie jak długość, czy temperatura otoczenia. Ze względu na to, że współczynnik determinacji R^2 wynosi co najmniej 0,975, można uznać że dopasowanie charakterystyki modelowej do charakterystyki rzeczywistej jest bardzo dokładne.

Ważnym etapem formułowania i weryfikacji modelu matematycznego jest ocena istotności jego parametrów. Z tego powodu przeprowadzone zostaną badania zmierzające do określenia istotności oraz dopuszczalnego zakresu zmian wartości poszczególnych parametrów opracowanego modelu.

Autorzy: dr hab. inż. Antoni Różowicz, prof. PŚk, Politechnika Świętokrzyska, Wydział Elektrotechniki, Automatyki i Informatyki, Katedra Energetyki, Ergoelektroniki i Maszyn Elektrycznych, Ul. Tysiąclecia Państwa Polskiego 7, 25-314 Kielce, e-mail: rozowicz@tu.kielce.pl; dr inż. Mariusz Deląg, Politechnika Świętokrzyska, Katedra Urządzeń Elektrycznych i Automatyki, Al. Tysiąclecia P. P. 7, 25-314 Kielce, E-mail: m.delag@tu.kielce.pl; dr inż. Krzysztof Baran, Politechnika Rzeszowska, Wydział Elektrotechniki i Informatyki, Katedra Ergoelektroniki i Elektroenergetyki, Ul. W Pola 2, 35-959 Rzeszów; e-mail: kbaran@prz.edu

LITERATURA

- [1] Cassie A. M., Theorie nouvelle des arcs de rupture et de la rigidite des circuits, CIGRE Report 102, s. 588-608, 1936.
- [2] Mayr O., Beitrage zur theorie des Statischen und des Dynamischen Lichtbogens, Archiv für Eleelectrotechnik, vol. 37, s. 588-608, 1943.
- [3] Sawicki A., O wykorzystaniu zmodyfikowanych modeli Cassiego i hybrydowego TWV łuku promieniującego do symulowania procesów w urządzeniach spawalniczych, „Prace Instytutu Elektrotechniki” 2011, z. 251, s. 43-55.
- [4] Habadank U., On the Mathematical Description of Arc Behaviour in the Vicinity of Current Zero, ETZ Archiw, 10, pp. 339-343, 1988.
- [5] Sawicki A., Zmodyfikowane modele Habadanka i hybrydowy TWV łuku o zmiennej długości do symulowania procesów w urządzeniach elektrycznych, Biuletyn Instytutu Spawalnictwa, nr 1, s. 45-49, 2012.
- [6] Zawadzki, A.; Różowicz, S.: Application of input-state of the system transformation for linearization of selected electrical

- circuits. *J. Electr. Eng.-Elektrotechnický Casopism*. 2016, 67, 199–205; doi:10.1515/jee-2016-0028.
- [7] Deląg M., Parametry modelu niskociśnieniowej rtęciowej lampy wyładowczej, ISSN: 1231-5478 *Logistyka*, z. 6, 2011.
- [8] Mader U., Horn R., A dynamic model for the electrical characteristics of fluorescent lamps, *IEEE Industry Applications Society Meeting, Conf. Records* 1992.
- [9] Różowicz A.; Wachta H., Baran, K., Leško M.; Różowicz S.; Arrangement of LEDs and Their Impact on Thermal Operating Conditions in High-Power Luminaires; *ENERGIES* nov 2022; Volume 15; Issue 21; doi 10.3390/en15218142.
- [10] Różowicz, S. Voltage modelling in ignition coil using magnetic coupling of fractional order. *Archives of Electrical Engineering* 2019, 68, 227–235. doi 10.24425/ae.2019.128264.
- [11] King J.T., Yaoming W., Vilathgamuwa D. W., An Experimentally Verified Hybrid Cassie-Mayr Electric Arc Model for Power Electronics Simulations, *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 12, no. 3, s. 429-436, 1997.
- [12] Almeida M., Simonetti D. S. L., Veira J. L. F., High-Power-Factor Electronic Ballast Based on a Single Power Processing Stage, *IEEE Transactions on Industry Electronics*, vol. 47, no. 4, 2000.
- [13] Hemka L., Zmiany parametrów i eksploatacyjnych lamp wyładowczych w zależności od napięcia sieci, Referat wygłoszony na XI Konferencji Oświetleniowej.
- [14] Różowicz S., Zawadzki A., Włodarczyk M., Wachta H. and Baran K.: Properties of fractional-order magnetic coupling *Energies MDPI; Energie* 2020 , 13, 1539; ISSN 1996-1073; doi:10.3390/en13071539.
- [15] Różowicz, S. The effect of different ignition cables on spark plug durability. (in Polish) *Przegląd Elektrotechniczny* 2018, 94, 191–195; doi:10.15199/48.2018.04.43.