

Analiza stanów dynamicznych układów napędowych z długim wałem

Streszczenie. Układy napędowe z długim wałem transmisyjnym będące przedmiotem niniejszej analizy realizują określone zadania w procesie technologicznym. Artykuł ma na celu dokonanie analizy stanów dynamicznych układów napędowych z długim wałem na podstawie badań eksperymentalnych dla wałów o różnych parametrach.

Abstract. Drive systems with a long transmission shaft, which are the subject of this analysis, perform specific tasks in the technological process. The aim of the article is to analyze the dynamic states of drive systems with a long shaft based on experimental tests for shafts with various parameters. (*Dynamic condition analysis of a long shaft drive systems*).

Słowa kluczowe: dynamika systemów elektromechanicznych, silnik indukcyjny, wał transmisyjny, tłumienie drgań, układy napędowe.
Keywords: dynamics of electromechanical systems, induction motor, transmission shaft, vibration damping, drive systems.

Wstęp

Układy napędowe są powszechnie stosowane w przemyśle do napędu maszyn oraz w transporcie zarówno lądowym jak i morskim. Silniki elektryczne, wchodzące w skład napędów elektrycznych, są sprzężone z mechanizmami roboczymi za pośrednictwem wałów napędowych, będących przykładem transmisji mocy mechanicznej [1]. Transmisje mocy mechanicznej mogą być jednodrożne lub wielodrożne i mogą zawierać przekładnie mechaniczne i sprzęgła [2]. Długie wały napędowe, zdefiniowane, jako wały transmisyjne, są wykorzystywane przede wszystkim w układach napędowych przemysłu stalowego, głównie w układach napędowych walcarek [3,4], maszyn papierniczych [5]. W tych zastosowaniach długości wałów transmisyjnych mogą przekraczać 10 m, a ich średnice mogą osiągać od 0,5 do 0,8 m. Wały napędowe znajdują również zastosowanie w układach napędowych reaktorów polimeryzacyjnych. Długość tych wałów wynosi od 4 do 7 metrów. Ponadto wały napędowe znajdują zastosowanie w hydrozespołach, układach napędowych statków, łodzi podwodnych [6–8].

W zależności od długości i przekroju, wały napędowe mogą wykazywać różną podatność na działanie momentu skręcającego, czego miarą jest wartość kąta skręcenia. W przypadku krótkiego sprzężenia mechanicznego wartość kąta skręcenia jest nieznaczna i może być pominięta przy założeniu sztywnego sprzężenia mechanicznego, natomiast w przypadku dłuższego sprzężenia mechanicznego nie można pominąć wartości kąta skręcenia i takie sprzężenie należy uznać za sprężyste [9–14].

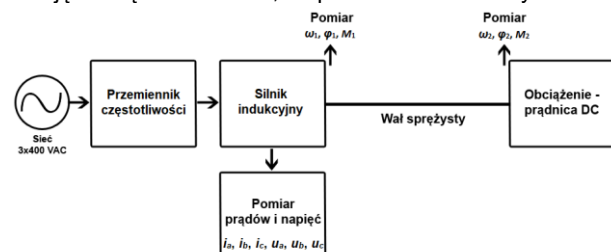
W artykułach [15–20] podejmowane są badania dotyczące wyznaczania naprężeń i drgań wałów transmisyjnych z wykorzystaniem różnych metod analizy, szczególnie modelowania matematycznego. Do modelowania wałów transmisyjnych wykorzystuje się metody klasyczne oparte na zasadzie d'Alemberta, lub drugim prawie Newtona oraz metodę wariacyjną. Metoda wariacyjna jest oparta na modelu o parametrach rozłożonych, składającym się z równań różniczkowych cząstkowych [9]. Przykładem równania różniczkowego cząstkowego używanego do opisu długiego elementu sprężystego jest również równanie falowe [21]. Równania różniczkowe cząstkowe można rozwiązywać analitycznie, ale jest to zarówno żmudne, jak i czasochłonne. Zatem równania te są zwykle przekształcane w równania różniczkowe zwyczajne przy użyciu różnic skończonych [9].

Model długiego elementu sprężystego, oparty na równaniach różniczkowych zwyczajnych, odpowiada wielomasowemu modelowi o parametrach skupionych, prezentowanych [3,7,22,23], a w szczególności modelowi dwumasowemu, analizowanemu m.in. w [1,12,15, 24], który nie zawsze gwarantuje otrzymanie dokładnych wyników analizy numerycznej. Równania opisujące model wielomasowy są zwykle rozwiązywane za pomocą całkowania numerycznego. Materiały, z których wytwarzane są wały napędowe charakteryzują się współczynnikiem sprężystości. Oznacza to, że przy przenoszeniu napędu, wał ulega odkształceniom mającym dynamiczny charakter. Wielkość pojawiających się odkształceń zależy od materiału, z którego wał jest wykonany, długości oraz średnicy wału oraz momentów dynamicznych, pochodzących od jednostki napędowej i obciążenia wału.

Badania eksperymentalne długich wałów napędowych o rzeczywistych wymiarach są bardzo kosztowne oraz mogą być niebezpieczne w przypadku przekroczenia granicy odkształcenia sprężystego. W niniejszym artykule przedstawiono wyniki badań obrazujących skalę odkształceń dynamicznych na przykładzie długiego wału wykonanego w małej skali. Prezentowane wyniki badań stanowią podstawę do analizy właściwości dynamicznych długich wałów wykonanych w skali makro.

Stanowisko badawcze

Stanowisko badawcze zostało wyposażone w trójfazowy indukcyjny silnik napędowy zasilany z przemiennika częstotliwości oraz prądnicę prądu stałego realizującą funkcję obciążenia układu, co przedstawiono na rysunku 1.



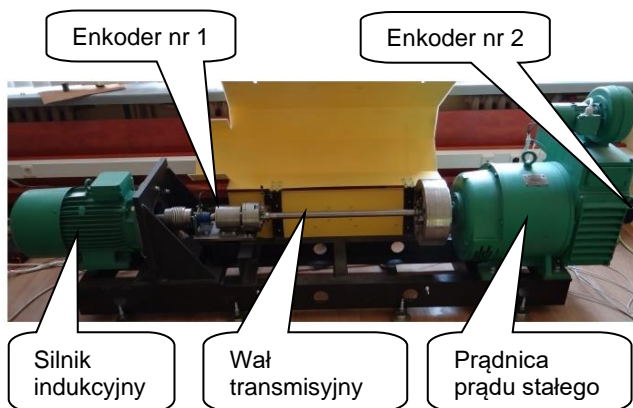
Rys. 1. Schemat blokowy stanowiska badawczego

Układ napędowy silnika indukcyjnego oraz prądnicę prądu stałego sprzęgnięty został wałem transmisyjnym o długości 0,66 m Dane znamionowe asynchronicznego silnika indukcyjnego wynoszą: $P_N = 7,5 \text{ kW}$; $U_N = 3 \times 400 \text{ V}$; $I_N = 16,6 \text{ A}$; $n_N = 660 \text{ obr/min}$.

Dane znamionowe prądnicy prądu stałego wynoszą: $P_N = 12 \text{ kW}$; $U_N = 220 \text{ V}$; $I_N = 61 \text{ A}$; $n_N = 1450 \text{ obr/min}$.

Na obydwu końcach wału zainstalowane zostały enkodery o rozdzielczości 3600 impulsów na obrót wykorzystane do precyzyjnego wyznaczania chwilowego położenia wału.

Pomiary wielkości elektrycznych oraz mechanicznych były rejestrowane z wykorzystaniem kart pomiarowych przy zachowaniu pełnej synchronizacji odczytów. Rozruch badanego układu wykonano przy zerowym momencie obciążenia $M_2=0$. Układ napędowy obciążony był momentami bezwładności wynikającymi z mas wirujących układu oraz momentami tarcia wynikającymi z łożyskowania maszyn elektrycznych.



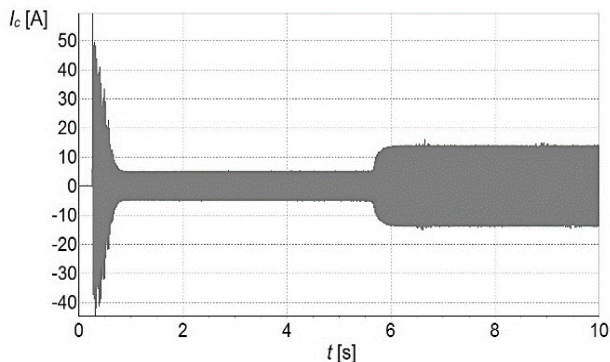
Rys.2. Stanowisko laboratoryjne układu napędowego z długim wałem transmisyjnym

Stanowisko laboratoryjne przedstawione na rysunku 2 jest w pełni konfigurowalne. Po stronie prądnicy prądu stałego możliwe jest zainstalowanie dodatkowych dysków stalowych, które umożliwiają zmianę momentu bezwładności układu napędowego. Przedstawione stanowisko testowe umożliwia badanie wałów o różnej średnicy. W pracy omówione zostaną wyniki badań eksperymentalnych dla wałów o średnicy 15 i 30 mm.

Wyniki badań eksperymentalnych

Szczegółowej analizie zostały poddane parametry: elektryczne, elektromagnetyczne i mechaniczne układu napędowego z długim wałem przedstawionego na rysunkach 1 i 2. Wszystkie badania eksperymentalne parametrów układu napędowego zostały zmierzone podczas rozruchu bez obciążenia $M_2=0$, a następnie pod obciążeniem. Obciążenie układu napędowego z wałem o średnicy 15 mm załączone zostało po czasie około 5,6 sek. – rys. 3, 4, 6.

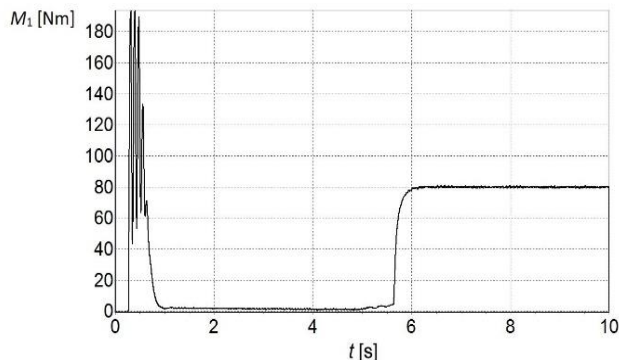
Na rysunku 3 przedstawiono przebieg prądu I_c stojana silnika napędowego w funkcji czasu.



Rys.3. Prąd fazy C silnika indukcyjnego klatkowego dla układu napędowego z wałem o średnicy 15 mm

W trakcie rozruchu bez obciążenia $M_2=0$, chwilowa wartość fazowego prądu rozruchowego I_c stojana jest około 3 razy większa od wartości prąd znamionowego silnika indukcyjnego. Wartość prądu biegu jałowego wynosi około 0,2 wartości prąd znamionowego I_N . Po czasie około 5,6 sek. dołączono obciążenie, które spowodowało wzrost wartości prądu do około 10,3 A.

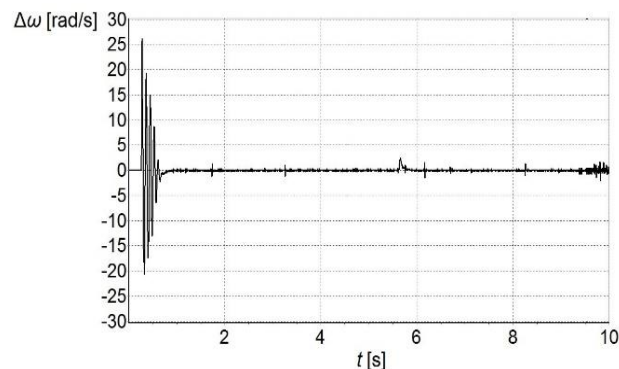
Na rysunku 4 wartość chwilowego momentu rozruchowego na wale silnika bez obciążenia, osiągnęła wartość około 2 razy większą od momentu znamionowego silnika. Wartość momentu obciążającego ma wartość stałą i wynosi około 80 Nm.



Rys.4. Moment obciążenia na wale silnika indukcyjnego klatkowego dla układu napędowego o średnicy 15 mm

Dynamika momentu M_1 zilustrowana na rysunku 4 spowodowała powstanie różnicy prędkości $\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2$, gdzie: ω_1 – chwilowa prędkość kątowna na wale silnika układu napędowego, ω_2 – chwilowa prędkość kątowna na wale prądnicy układu napędowego.

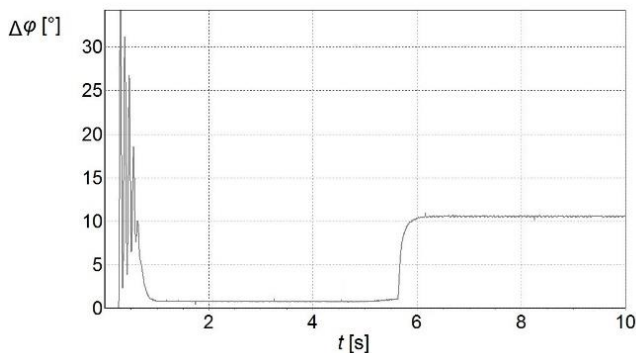
Na rysunku 5 przedstawiono przebieg różnicy prędkości kątowych skrajnych końców wału $\Delta\omega$ w funkcji czasu.



Rys.5. Różnica prędkości skrajnych końców wału o średnicy 15 mm

Zarejestrowane ujemne wartości różnicy prędkości $\Delta\omega$ przedstawione na rysunku 5 są wynikiem chwilowych większych prędkości ω_2 końca wału w stosunku do prędkości początku wału ω_1 . Po rozruchu na wale transmisyjnym wciąż istnieją różnice między prędkościami, ale nie przekraczają wartości 2 rad/s. Po obciążeniu układu napędowego zauważalny jest chwilowy wzrost różnicy prędkości między końcami wału osiągając 3 rad/s. Powstałe stany dynamiczne spowodowały efekt skręcenia długiego wału o kąt $\Delta\varphi$ przedstawiony na rysunku 6.

Rysunek 6 przedstawia przebieg wartości chwilowej skręcenia długiego wału o kąt $\Delta\varphi$ mierzonego między skrajnymi końcami wału transmisyjnego w funkcji czasu.

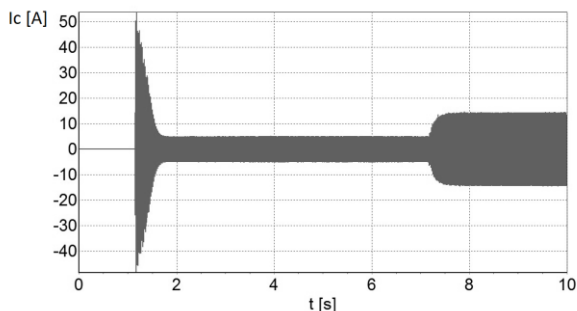


Rys.6. Kąt skręcenia wału o średnicy 15 mm

Kąt skręcenia wału $\Delta\varphi$ mierzony między końcami wału dochodził do około 35° w trakcie rozruchu układu napędowego. W trakcie trwania pracy bez obciążenia układu skręcenie wału transmisyjnego utrzymuje się na poziomie około 1° . Po obciążeniu układu napędowego skręcenie wału transmisyjnego ma wartość stałą i wynosi około 10° .

Dla porównania pracy wałów transmisyjnych o różnych parametrach, zrealizowane zostały badania eksperymentalne dla układu napędowego z wałem transmisyjnym o średnicy 0,03 m i długości 0,66m. Materiał wykonania wału transmisyjnego jest taki sam jak wału o średnicy 15 mm.

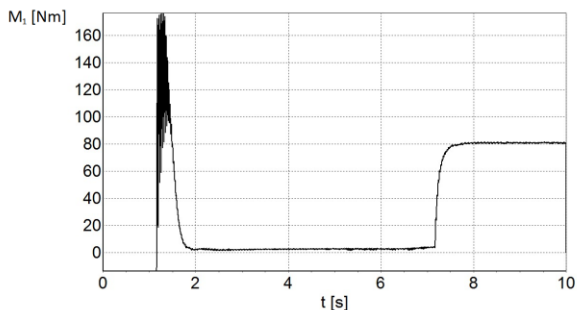
Na rysunku 7 przedstawiony został przebieg prądu I_c stojana silnika indukcyjnego w funkcji czasu dla układu napędowego z wałem transmisyjnym o średnicy 30 mm.



Rys.7. Prąd fazy C silnika klatkowego dla wału średnicy o 30 mm

Porównując rysunki 3 i 7 dla wałów o średnicy odpowiednio 15 i 30 mm, widać dużą zbieżność w przebiegach prądu fazowego I_c .

Na rysunku 8 przedstawiono wartość chwilowego momentu obciążenia dla układu napędowego z wałem o średnicy 30 mm.

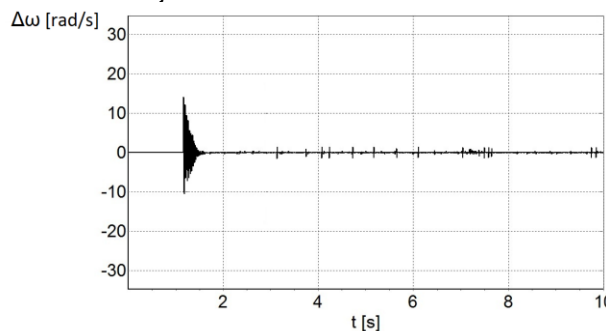


Rys.8. Moment obciążenia na wale silnika dla wału o średnicy 30 mm

Analizując rysunki 4 i 8 dla wałów o średnicach 15 mm i 30 mm widać zbieżność w przebiegach chwilowych momentu rozruchowego podczas biegu jałowego oraz pracy z obciążeniem. Wartość chwilowa momentu

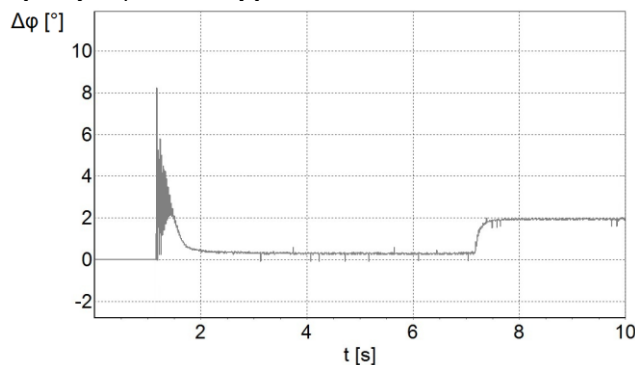
rozruchowego na wale silnika bez obciążenia $M_2=0$ jest około 1,9 razy większa od momentu znamionowego silnika. Po czasie około 7,2 sek. dołączone zostało obciążenie o stałej wartości około 80 Nm.

Rysunek 9 przedstawia przebieg chwilowej różnicy prędkości kątowych skrajnych końców wału $\Delta\omega$ o średnicy 30 mm w funkcji czasu.



Rys.9. Różnica prędkości skrajnych końców wału o średnicy 30 mm

Wał transmisyjny o średnicy 30 mm charakteryzuje się chwilową różnicą prędkości kątowej między końcami wału w czasie rozruchu i osiągającą maksymalną wartość wynoszącą około 15 rad/s. W czasie pracy bez obciążenia i z obciążeniem występuje chwilowa różnica prędkości kątowej nieprzekraczająca 2 rad/s.



Rys.10. Skręcenie wału o średnicy 30 mm

Kąt skręcenia wału $\Delta\varphi$ mierzony między końcami wału osiągał maksymalną wartość chwilową wynoszącą około 8° w trakcie rozruchu układu napędowego. W czasie pracy bez obciążenia wartości skręcenia wału nie osiąga 1° . Wał transmisyjny o średnicy 30 mm w czasie pracy z obciążeniem charakteryzuje się kątem skręcenia wału $\Delta\varphi$ o stałej wartości, która wynosi około 2° .

Ponieważ rysunki 3 i 7 są ze sobą zbieżne, tak samo jak rysunki 4 i 8 nie są one poddawane dalszej analizie. Istotne rozbieżności zarejestrowano dla różnicy prędkości kątowej między końcami wału transmisyjnego oraz kącie skręcenia wału. Największe różnice występują w trakcie trwania rozruchu układu napędowego.

Zarejestrowana chwilowa różnica prędkości kątowej na końcach wału o średnicy 15 mm wynosi około 26 rad/s natomiast dla wału transmisyjnego o średnicy 30 mm różnica wynosi około 15 rad/s.

Największe różnice zarejestrowane zostały dla skręcenia wału transmisyjnego $\Delta\varphi$. Kąt skręcenia wału o średnicy 15 mm w czasie rozruchu osiąga maksymalnie chwilowe wartości około 35° . Dla porównania wał transmisyjny o dwukrotnie większej średnicy w czasie rozruchu skręca się o około 8° .

W czasie pracy z obciążeniem układu napędowego dla wału o średnicy 15 mm kąt skręcenia $\Delta\varphi$ wynosi około 10° i utrzymuje się na tym poziomie. Natomiast dla wału o

średnicy 30 mm przy tym samym obciążeniu kąt skręcenia $\Delta\varphi$ wynosi około 2° i utrzymuje się na tym poziomie. Kąt skręcenia wału o średnicy 15 mm jest około pięciokrotnie większe w porównaniu do wału transmisyjnego o dwukrotnie większej średnicy.

Wnioski

Dynamiczne obciążenia występujące w układach napędowych zawierających długie wały powodują skręcanie wałów. Efekt ten zależy od wartości momentów dynamicznych występujących w układzie napędowym oraz od wymiarów i materiału, z jakiego wykonany jest wał.

Przy doborze wałów do układu napędowego należy przewidzieć dynamiczne momenty obciążenia występujące w układzie, ponieważ są wielokrotnie większe od momentów statycznych i mogą w trakcie eksploatacji powodować uszkodzenia wału oraz elementów łączeniowych takich jak sprzęgła. W efekcie skręcenia wału występuje również jego skrócenie, co powoduje powstawanie sił i naprężeń współosiowych.

Autorzy: dr inż. Radosław Figura, Uniwersytet Radomski, Katedra Napędu Elektrycznego i Elektroniki Przemysłowej, ul. Malczewskiego 29, 26-600 Radom, E-mail: r.figura@uthrad.pl; mgr inż. Marcjjan Nowak, Politechnika Częstochowska, Katedra Elektroenergetyki, Aleja Armii Krajowej 17, 42-218 Częstochowa, E-mail: marcjjan.nowak@pcz.pl; mgr inż. Radosław Mizera, Uniwersytet Radomski, Katedra Napędu Elektrycznego i Elektroniki Przemysłowej, ul. Malczewskiego 29, 26-600 Radom, E-mail: r.mizera@uthrad.pl

LITERATURA

- [1] Popenda A., Szafraniec A., Chaban A., Dynamics of Electromechanical Systems Containing Long Elastic Couplings and Safety of Their Operation, *Energies*, (2021), 14, 7882
- [2] Popenda A., Simple mathematical models of transmission shafts and gear trains. Electrical and mechanical circuits, *Przegląd Elektrotechniczny*, 92 (2016), nr 12, 137-140
- [3] Peng R., Zhang X., Shi P., Vertical-horizonal coupling vibration of hot rolling mill rolls under multi-piecewise nonlinear constraints, *Metals*, (2021), 11, 170
- [4] Fan X.B., Zang Y., Jin K., Rolling process and its influence analysis on hot continuous rolling mill vibration, *Appl. Phys. A*, (2016), 122, 1-8
- [5] Ramírez G.A., Valenzuela M.A., Pittman S., Lorenz R.D., Modeling and Evaluation of Paper Machine Coater Sections Part 1 1-Coater Section and Tension Setpoints, *IEEE Trans. Ind. Appl.*, (2019), 55, 2144-2154
- [6] Song M.-H., Pham, X.D., Vuong, Q.D. Torsional vibration stress and fatigue strength analysis of marine propulsion shafting system based on engine operation patterns. *J. Mar. Sci. Eng.* (2020), 8, 613
- [7] Zhang M., Zhang G., Liu Z., Research on large ship propulsion shafting alignment multi-nonlinear-elastic support model, *J. Ship Mech.*, (2016), 1, 176-183
- [8] Jee J., Kim C., Kim Y., Design improvement of a viscous-spring damper for controlling torsional vibration in a propulsion shafting system with an engine acceleration problem. *J. Mar. Sci. Eng.* (2020), 8, 428
- [9] Chaban A., Hamilton - Ostrogradski Principle in Electromechanical Systems, *Soroki*, Lviv, Ukraine, (2015), 488
- [10] Czaban A., Lis M., Model matematyczny napędu prądu stałego na podstawie podejść wariacyjnych, *Przegląd Elektrotechniczny* (2012), 12, 167-170
- [11] Szabat K., Orłowska-Kowalska T., Application of the Kalman filters to the high-performance drive system with elastic coupling, *IEEE Trans. on Ind. Electron.*, 59 (2012), 11, 4226-4235
- [12] Serkies P., Szabat K., Application of the MPC controller to the Position Control of the Two-Mass Drive System, *IEEE Trans. on Ind. Electron.*, 60 (2013), 9, 3679-3688
- [13] Chaban A., Łukasik Z., Popenda A., Szafraniec A., Mathematical Modelling of Transient Processes in an Asynchronous Drive with a Long Shaft Including Cardan Joints, *Energies*, (2021), 14, 5692
- [14] O'Sullivan T., Bingham C.C., Schofield N., High-performance control of dual-inertia servo-drive systems using low-cost integrated SAW torque transducers, *IEEE Trans. on Ind. Electron.*, 53 (2006), 4, 1226-1237
- [15] Kabziński J., Mosiołek P., Integrated, Multi-Approach, Adaptive Control of Two-Mass Drive with Nonlinear Damping and Stiffness, *Energies* (2021), 14, 5475
- [16] Valenzuela M.A., Bentley J.M., Lorenz R.D., Evaluation of torsional oscillations in paper machine sections, *IEEE Trans. on Ind. Electron.*, 41 (2005), 2, 493-501
- [17] Popenda A., Lis M., Nowak M., Blecharz K., Mathematical Modelling of Drive System with an Elastic Coupling Based on Formal Analogy between the Transmission Shaft and the Electric Transmission Line, *Energies*, vol. 1181, (2020), 13, 1-14
- [18] Kabziński J., Mosiołek P., Adaptive, nonlinear state transformation-based control of motion in presence of hard constraints, *Bull. Pol. Acad. Sci. Tech. Sci.*, (2020), 68, 963-971
- [19] Grządziela A., Modelling of propeller shaft dynamics at pulse load, *Polish Maritime Research*, vol.15, (2008), 52-58
- [20] Jinli X., Xingyi S., Bo P., Numerical Analysis and Demonstration Transmission Shaft Influence on Meshing Vibration in Driving and Driven Gears, *Shock and Vibration*, (2015), 365084, 10
- [21] Swanson D.C., Signal processing for intelligent sensor systems with MATLAB®, 2nd ed., *CRC Press*, (2017), 7-23
- [22] Łuczak D., "Mathematical model of multi-mass electric drive system with flexible connection, *19th Inter. Conference on Methods and Models in Automation and Robotics, Poland, IEEE*, (2014), 290-295
- [23] Muyeen S. M., Mohd H. A., Takahashi R., Murata T., Tamura J., Tomaki Y., Sakahara A., Sasano E., Transient Stability Analysis of Wind Generator System with the Consideration of Multi-Mass Shaft Model, *Int. Conf. on Power Electronics and Drive Systems, Publisher IEEE*, (2005), 511-516
- [24] Saarakkala S., Hinkkanen M., Identification of Two-Mass Mechanical Systems Using Torque Excitation Design and Experimental Evaluation, *IEEE Trans. Ind. Appl.*, (2015), 51, 4180-4189