

doi: 10.15199/48.2025.01.05

## Analiza obwodu AC z obciążeniem nieliniowym i pasywnym filtrem wyższych harmonicznych typu $\Gamma$

**Streszczenie.** W wyniku oddziaływań odbiorników nieliniowych z systemem energetycznym obserwuje się pogorszenie współczynnika mocy obwodu oraz propagację wyższych harmonicznych prądu, które to tworzą spadki napięć na impedancjach systemu zasilania i powodują odkształcenia napięć w sieci zasilającej. Jednym ze sposobów ograniczania tych niekorzystnych zjawisk jest stosowanie pasywnych filtrów wyższych harmonicznych. W pracy przeprowadzono badania symulacyjne oraz eksperymentalne obwodu systemu energetycznego z prostownikiem niesterowanym i szerokopasmowym filtrem wyższych harmonicznych typu  $\Gamma$ . Dokonano oceny jakościowej napięć i prądów obwodu, współczynnika mocy obwodu oraz przepływu mocy czynnej i biernej dla harmonicznej podstawowej i wyższych harmonicznych.

**Abstract.** As a result of the interactions of non-linear loads with the power system, a decrease in the power factor of the circuit and the propagation of higher harmonics of the current are observed, which create voltage drops across the impedances of the power system and cause voltage distortion in the power supply network. To reduce these negative phenomena, passive higher harmonic filters are used. In this paper, simulation and experimental studies of a power system circuit with an uncontrolled rectifier and a broadband  $\Gamma$ -type higher harmonic filter were carried out. A qualitative evaluation of the circuit voltages and currents, the power factor of the circuit and the active and reactive power flow for the fundamental and higher harmonics were carried out. (**Analysis of AC circuit with nonlinear load and passive  $\Gamma$ -type higher harmonic filter**)

**Słowa kluczowe:** odbiornik nieliniowy, wyższe harmoniczne, jakość energii elektrycznej, filtr pasywny.

**Keywords:** non-linear load, higher harmonics, power quality, passive filter.

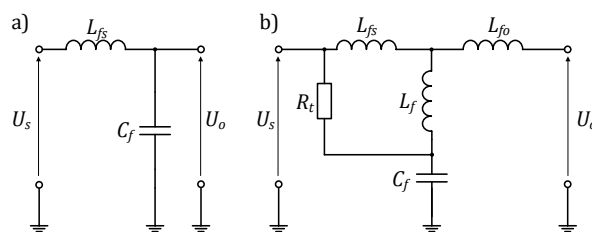
### Wstęp

Elektronizacja urządzeń elektrycznych powoduje, że większość urządzeń w systemie elektroenergetycznym stanowią odbiorniki nieliniowe. Są to urządzenia elektryczne i elektroniczne, które zawierają obwody oraz układy prądu stałego zasilane poprzez prostowniki z sieci prądu przemiennego. Pobór energii tych urządzeń może być synchronizowany napięciem zasilania. Są to często odbiorniki o zasadniczo małych mocach jednostkowych, ale występujących w dużej ilości, a w związku z tym ich wpływ na system elektroenergetyczny (SEE) jest coraz bardziej znaczący.

Odbiorniki nieliniowe w wyniku interakcji z SEE powodują odkształcenia napięć w lokalnej sieci zasilającej. Zjawisko to zależy od zastępczej impedancji SEE, która na ogół ma charakter indukcyjny i charakteryzuje sztywność systemu zasilania [1]. Biorąc pod uwagę te negatywne zjawiska, określone są warunki techniczne współpracy odbiorników nieliniowych i systemu elektroenergetycznego. Z jednej strony, warunki te oznaczają zawartość wyższych harmonicznych w napięciu zasilania (PN-EN 50160 [2]), za co odpowiada dostawca energii. Z drugiej strony, warunki te określają dopuszczalną zawartość harmonicznych w prądzie pobieranym przez obciążenie odbiorcy (PN-EN IEC 61000-3-2 [3]). Dopuszczalne odkształcenia napięcia zasilającego oraz zniekształcenia prądu określone są także w zaleceniu IEEE 519 [4], ale z uwzględnieniem parametrów zastępczych punktu przyłączeniowego do systemu (PPdS).

Zgodnie ze standardem IEEE 1459 [5] zalecane są działania w kierunku ilościowej oceny zjawisk powstających w wyniku interakcji obciążeń nieliniowych i systemu elektroenergetycznego, a także przeciwdziałanie tym oddziaływaniom, najlepiej w źródle ich powstawania (np. poprzez instalację filtrów wyższych harmonicznych). Takie podejście ograniczania oddziaływań jest korzystniejsze zarówno z przyczyn technicznych, jak i ekonomicznych. Często więc stosowane są rezonansowe układy bierne LC dostrajane do wyższych harmonicznych prądu tworząc tzw. pułapki rezonansowe [6], [7]. Filtry tego typu ograniczają głównie wpływ tylko tej wyższej harmonicznej prądu, do której są dostrojone. Dla każdej kolejnej wyższej

harmonicznej prądu konieczna jest rozbudowa układu filtrującego o dodatkowe sekcje, składające się z kolejnych równoległych gałęzi LC. Z tego też względu, korzystniejsze jest zastosowanie filtra szerokopasmowego, który ogranicza propagację wyższych harmonicznych w obwodzie systemu elektroenergetycznego dla szerszego zakresu wyższych harmonicznych, ale używając do tego celu mniejszej liczby elementów. Najprostszy filtr szerokopasmowy prezentowany jest na rysunku 1a. Praktyczne zastosowanie takiego układu dla prostowników trójfazowych i jednofazowych omówiono w patencie [8]. W [9] konstrukcję tę ulepszoną w sposób przedstawiony na rysunku 1b. Konstrukcja ta cechowała się m.in. lepszą skutecznością tłumienia wyższych harmonicznych dzięki zastosowaniu dodatkowych dławików  $L_{f0}$  i  $L_f$ .



Rys. 1. Struktury filtrów szerokopasmowych: a) prosty filtr LC, b) filtr LLCL

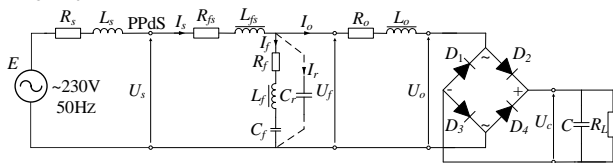
W porównaniu do rezonansowych filtrów LC analiza układów filtrów szerokopasmowych określana jest jako bardziej złożona, ponieważ wymaga uwzględnienia wielu zmiennych projektowych. To powoduje, że metody analityczne wykorzystujące wzory przybliżone charakteryzują się małą dokładnością. W [10] zaproponowano dokładniejszy sposób wyznaczania parametrów filtra stosując tzw. „algorytm przyrostowy”. W algorytmie tym zmienne projektowe filtra były zwiększane lub zmniejszane, aż przestrzeń tych zmiennych zostanie wyczerpana i spełnione zostaną założenia projektowe. Wadą przedstawionej metody było lokalizowanie lokalnych minimów, utrudniające znalezienie optymalnych wartości parametrów filtra w odniesieniu do przyjętych wskaźników

jakości energii elektrycznej. W [11] przedstawiono ulepszoną metodę wykorzystującą algorytm genetyczny. Do zalet algorytmu genetycznego zaliczono możliwość stosowania wielu ograniczeń jednocześnie oraz szybkość działania, co jest rzadko osiągalne za pomocą innych dostępnych metod. W wymienionych metodach zastosowanie znajdują modele częstotliwościowe obwodów z odbiornikami nieliniowymi. Praktyczne zastosowania tych metod w układach prostownikowych prezentowane są w pracach [10] oraz [11]. Obciążenie nieliniowe modeluje się jako źródła prądowe, które dostarczane są do określonego widma wyższych harmonicznych prądu odbiornika, o wcześniej zmierzonych wartościach dla modelu fizycznego. To oznacza, że model źródła prądowego umożliwia modelowanie odbiornika nieliniowego za pomocą jego widma harmonicznego prądu, ale model ten nie uwzględnia zjawisk konwersji mocy biernej pierwszej harmonicznej w moc bierną wyższych harmonicznych zachodzącej ze względu na nieliniowość odbiornika [12].

Uwzględniając powyższe uwagi, w pracy przedstawiono badania symulacyjne oraz eksperymentalne obwodu AC z prostownikiem niesterowanym oraz szerokopasmowym filtrem wyższych harmonicznych. W odróżnieniu od innych prac skupiających się na tej tematyce, odbiornik nieliniowy jest modelowany za pomocą funkcji signum prądu. Model ten umożliwia analizę zjawisk konwersji mocy czynnej i biernej. Ma on także znaczenie praktyczne, ponieważ może być stosowany w modelowaniu łuku elektrycznego oraz prostowników, które często występują w zastosowaniach technicznych. Dla przyjętego modelu nieliniowości, charakterystyka napięciowo-prądowa  $U(I)$  obciążenia nieliniowego może być kontrolowana za pomocą napięcia wyjściowego prostownika, zarówno w badaniach symulacyjnych, jak i eksperymentalnych.

### Modelowanie obwodu z odbiornikiem nieliniowym i szerokopasmowym filtrem wyższych harmonicznych typu $\Gamma$

Rozważany obwód systemu elektroenergetycznego z obciążeniem nieliniowym i szerokopasmowym filtrem wyższych harmonicznych prezentowany jest na rysunku 2. Obwód zasilany jest napięciem sinusoidalnym o amplitudzie  $E_s$  i pulsacji  $\omega$ . Indukcyjność  $L_s$  i rezystancja  $R_s$  modelują impedancję zastępczą systemu zasilania. Pomiedzy punkt przyłączeniowy do systemu (PPdS), a odbiornik nieliniowy zasilany przez dławik  $L_o$  włączono filtr szerokopasmowy składający się z: dławików  $L_{fs}$  oraz  $L_f$ , kondensatora  $C_f$  i rezystora  $R_f$ . Dodatkowy kondensator  $C_r$  ułatwia zapisanie równań modelowanego obwodu, a następnie ich rozwiązanie w systemie MATLAB - Simulink. Przyjęto, że pojemność  $C_r$  jest znacznie mniejsza od pojemności  $C_f$  (ok.  $10^5$  razy). Dla takiej relacji wpływ  $C_r$  na charakterystyki obwodu jest pomijalny.



Rys. 2. Schemat obwodu AC z szerokopasmowym filtrem wyższych harmonicznych typu  $\Gamma$  i odbiornikiem nieliniowym

Charakterystyka napięciowo – prądowa rozważanego odbiornika nieliniowego jest nieparzysta, którą można opisać funkcją signum prądu  $I_{o(t)}$ :

$$(1) \quad U_o(I_{o(t)}) = (U_{c(t)} + 2U_d) \cdot \text{sign}(I_{o(t)})$$

Dla małych tętnień napięcia wyjściowego prostownika można przyjąć, że charakterystyka napięciowo - prądowa prostownika jest jednoznaczna o amplitudzie napięcia  $U_a$ :

$$(2) \quad U_o(I_{o(t)}) = (U_a + 2U_d) \cdot \text{sign}(I_{o(t)})$$

Aby dobrać parametry filtra rozważany obwód opisano równaniami różniczkowymi w uproszczonej postaci, używając do tego celu zmiennych bezwymiarowych:

$$(3) \quad \frac{di_s}{d\tau} = \frac{1}{x_s} (\sin(\tau) - i_s r_s - u_s)$$

$$(4) \quad u_s = x_{fs} \frac{di_s}{d\tau} + i_s r_{fs} + u_f$$

$$(5) \quad \frac{di_f}{d\tau} = \frac{1}{x_f} (u_f - i_f r_f - u_{c_f}) \quad \text{gdzie: } u_{c_f} = \frac{1}{c_f} \int i_f d\tau$$

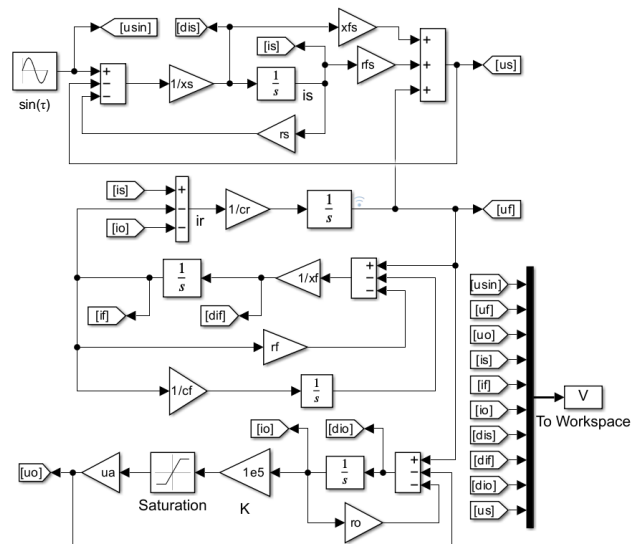
$$(6) \quad \frac{di_o}{d\tau} = u_f - i_o r_o - u_a \cdot \text{sign}(i_o)$$

$$(7) \quad \frac{du_f}{d\tau} = \frac{1}{c_r} i_r \quad \text{gdzie: } i_r = i_s - i_f - i_o$$

Stosując skalę czasu  $\tau = \omega t$  i zmienne odniesienia: amplitudę napięcia źródła zasilania  $E_s$  i reaktancję  $\omega L_o$ , zmienne bezwymiarowe w równaniach (3) – (7) zapisano następująco:

$$(8) \quad \begin{aligned} I_m &= E_s / \omega L; \quad i_s = \frac{I_s}{I_m}; \quad i_o = \frac{I_o}{I_m}; \quad i_f = \frac{I_f}{I_m}; \\ u_s &= \frac{U_s}{E_s}; \quad u_f = \frac{U_f}{E_s}; \quad u_a = \frac{U_a}{E_s}; \quad x_o = \frac{L_o}{L_o} = 1; \\ x_s &= \frac{L_s}{L_o}; \quad x_{fs} = \frac{L_{fs}}{L_o}; \quad x_f = \frac{L_f}{L_o}; \quad c_f = \omega^2 L_o C_f; \\ c_r &= \omega^2 L_o C_r; \quad r_s = \frac{R_s}{\omega L_o}; \quad r_o = \frac{R_o}{\omega L_o}; \quad r_f = \frac{R_f}{\omega L_o}; \end{aligned}$$

W celu analizy modelowanego obwodu przeprowadzono eksperyment symulacyjny w systemie MATLAB - Simulink. Dla modelu matematycznego obwodu opisanego równaniami (3) – (7) utworzono schemat operacyjny w Simulinku przedstawiony na rysunku 3.



Rys. 3. Schemat operacyjny modelu obwodu w Simulinku

Składowe harmoniczne prądów i napięć obwodu w stanie ustalonym charakteryzowane są wielkościami obliczonymi numerycznie za okres. Aby te wielkości wyznaczyć, w pierwszym kroku określano ich amplitudy dla składowej sinusoidalnej i kosinusoidalnej harmonicznej podstawowej oraz sumy kwadratów wszystkich harmonicznych:

$$(9) \quad U_{h1}^s = \frac{2}{T} \int_0^T U(t) \sin(\omega t) dt; \quad U_{h1}^c = \frac{2}{T} \int_0^T U(t) \cos(\omega t) dt$$

$$(10) \quad U_{sk}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T U(t)^2 dt$$

Na podstawie składowych w równaniu (9) wyznaczano amplitudę harmoniczną podstawowej napięcia:

$$(11) \quad U_{h1} = \sqrt{(U_{h1}^c)^2 + (U_{h1}^s)^2}$$

Wyznaczając następnie wartość skuteczną harmoniczną podstawowej napięcia zgodnie ze wzorem  $U_{h1sk} = U_{h1}/\sqrt{2}$ , sumę kwadratów wszystkich wyższych harmonicznnych napięcia można określić:

$$(12) \quad U_H^2 = U_{sk}^2 - U_{h1sk}^2$$

W analogiczny sposób określane są składowe harmoniczne prądów w obwodzie.

Na podstawie powyższych zależności wyznaczane są: współczynnik zawartości wyższych harmonicznnych w napięciu  $THD_U$  i prądzie  $THD_I$  [5]:

$$(13) \quad THD_U = \frac{U_H}{U_{h1sk}} \quad THD_I = \frac{I_H}{I_{h1sk}}$$

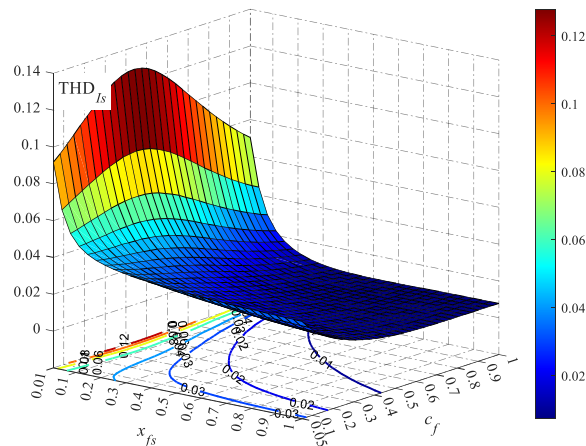
Przedstawione podejście jest zgodne z normą IEEE Std 1459-2010 [5] i stanowi ono podstawę do ilościowej oceny zjawisk oddziaływań zachodzących w analizowanym obwodzie.

Bezwymiarowa postać matematycznego modelu obwodu pozwoliła zredukować liczbę zmiennych i parametrów symulacji. Jest to zaletą w porównaniu do modeli dostępnych w literaturze, gdzie duża liczba zmiennych wejściowych modelu utrudnia przeprowadzenie eksperymentu symulacyjnego.

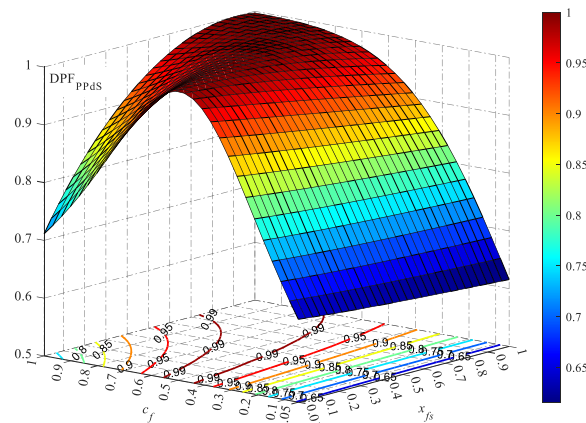
### Analiza symulacyjna obwodu z odbiornikiem nieliniowym i filtrem szerokopasmowym

Przykładową analizę symulacyjną rozważanego obwodu przeprowadzono dla punktu pracy obciążenia nieliniowego  $u_a=0,45$  i pozostałych parametrów modelu:  $x_s=0,01$ ,  $r_s=0,01$  oraz  $r_o=0,05$ . Wybrane charakterystyki obwodu w funkcji  $x_{fs}$  i  $c_f$  prezentowane są na rysunkach 4-6. Parametr  $x_f$  wyznaczano na podstawie rezonansu własnego w równoległej gałęzi  $L_f C_f$  dla rzędu częstotliwości własnej  $n_s=3$ . Wraz ze wzrostem parametrów  $x_{fs}$  i  $c_f$  wartość  $THD_{Is}$  prezentowana na rysunku 4 jest istotnie mniejsza niż przed dołączeniem filtra. Charakterystyczna jest część wykresu dla małych wartości indukcyjności  $x_{fs}$ , dla których  $THD_{Is}$  wzrasta w funkcji parametru  $c_f$ , osiągając maksimum. Maksimum to może wynosić ok. 0,13, co jest o ok. 1,4 razy większą wartością od współczynnika  $THD_{Is}$  przed dołączeniem filtra równego ok. 0,09. To oznacza, że dodatkowa szeregowo indukcyjność  $L_{fs}$  powinna być stosowana, aby ten niekorzystny wpływ pojemności  $C_f$  na współczynnik  $THD_{Is}$  ograniczyć, redukując jego wartość do znacznie niższych wartości. Współczynnik mocy obwodu w punkcie przyłączeniowym  $DPF_{PPdS}$  prezentowany na rysunku 5 ma charakterystyczny zakres, w którym jego wartość jest bliska jedności ( $DPF_{PPdS} \cong 0,999$ ). Negatywnym zjawiskiem mogącym wystąpić w rozważanym obwodzie są odchylenia wartości skutecznych napięcia. Największe zmiany obserwowano na równoległej gałęzi filtra zawierającej kondensator  $C_f$ . Jak wynika z wykresu na rysunku 6 względna wartość skuteczna tego napięcia dla harmonicznnej podstawowej (odniesiona do amplitudy źródła zasilania  $E_s$ ) zmienia się w zakresie od 0,55 do ok. 0,88. Przed dołączeniem filtra, napięcie zasilania w punkcie PPdS jest

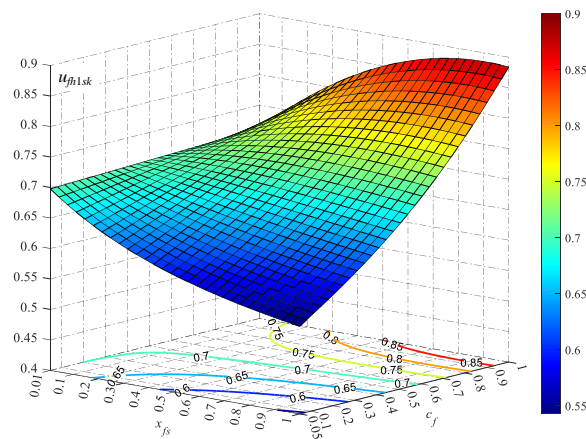
równe 0,7007. Zgodnie z normą PN- EN 50160 [2] zmiany napięcia zasilającego nie powinny przekroczyć  $\pm 10\%$  napięcia znamionowego. Dlatego też, projektując filtr należy te odchylenia napięcia uwzględnić, aby ograniczyć ich wpływ na pracę odbiorników przyłączonych do sieci zasilającej.



Rys. 4. Współczynnik  $THD_{Is}$  w funkcji  $x_{fs}$  i  $c_f$  dla  $u_a=0,45$ ,  $x_s=0,01$ ,  $r_s=0,01$  oraz  $r_o=0,05$



Rys. 5. Współczynnik mocy obwodu  $DPF_{PPdS}$  w funkcji  $x_{fs}$  i  $c_f$  dla  $u_a=0,45$ ,  $x_s=0,01$ ,  $r_s=0,01$  oraz  $r_o=0,05$



Rys. 6. Względna wartość skuteczna pierwszej harmonicznnej napięcia  $u_{h1sk}$  w funkcji  $x_{fs}$  i  $c_f$  dla  $u_a=0,45$ ,  $x_s=0,01$ ,  $r_s=0,01$  oraz  $r_o=0,05$

Biorąc pod uwagę powyższe analizy można stwierdzić, że projektowanie filtra jest złożonym procesem, ponieważ

z jednej strony dąży się do uzyskania jak najmniejszego współczynnika  $THD_{I_s}$ , a z drugiej do poprawy współczynnika mocy obwodu  $DPF_{PPdS}$ . Z przeprowadzonej analizy symulacyjnej, na podstawie otrzymanych wykresów możliwe jest wskazanie takich wartości parametrów  $x_{fs}$  oraz  $c_f$ , dla których współczynnik  $THD_{I_s}$  osiąga wartość bliską zeru, a zarazem współczynnik mocy jest bliski jedności. Aby parametry te określić można zdefiniować funkcję celu uwzględniającą analizowane na powyższych wykresach kryteria:

$$(14) \quad F_c = THD_{I_s} + \frac{1}{DPF_{PPdS}} + \Delta u_f$$

gdzie  $\Delta u_f$  oznacza względną zmianę wartości skutecznej pierwszej harmonicznej napięcia  $u_{fh1sk}$ .

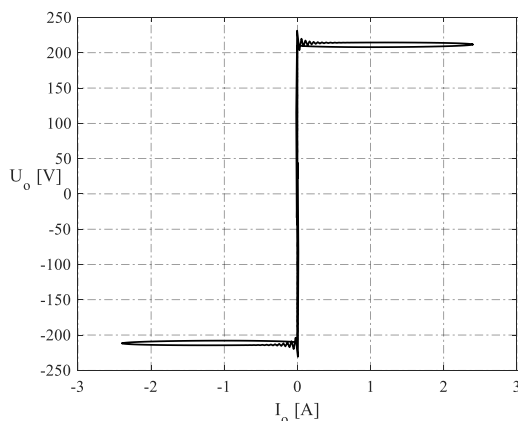
Wartość współczynnika  $\Delta u_f$  określana jest następująco:

$$(15) \quad \Delta u_f = \frac{|u_{fh1sk} - u_{sh1sk0}|}{u_{fh1sk}}$$

gdzie:  $u_{sh1sk0}$  – wartość skuteczna pierwszej harmonicznej napięcia zasilania bez dołączonego filtra;  $u_{fh1sk}$  – wartość skuteczna pierwszej harmonicznej napięcia na równoległej gałęzi filtra.

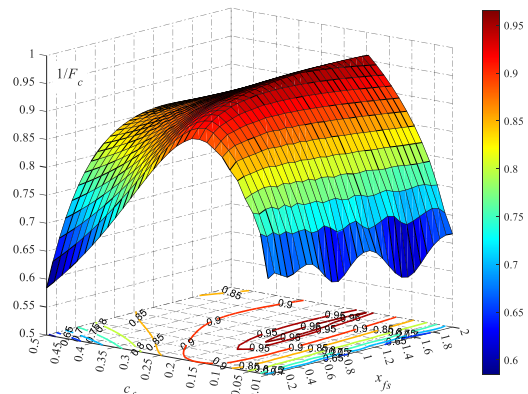
### Badania eksperymentalne obwodu z szerokopasmowym filtrem wyższych harmonicznyc

Badania eksperymentalne przeprowadzono dla punktu pracy obciążenia nieliniowego odpowiadającego amplitudzie napięcia  $u_a = 0,67$ . Dla takiego punktu pracy charakterystyka napięciowo – prądowa rozważanego odbiornika nieliniowego prezentowana jest na rysunku 7. Otrzymano ją dla parametrów obwodu:  $E_{ssk} = 230$  V;  $f = 50$  Hz;  $L_s = 0,67$  mH;  $R_s = 0,9$   $\Omega$ ;  $L_o = 150$  mH;  $R_o = 3,5$   $\Omega$ ;  $R_L = 197$   $\Omega$ ;  $C = 680$   $\mu$ F;  $R_b = 0,1$   $\Omega$ . Charakterystyka ta jest nieparzysta oraz zawiera niejednoznaczność, która odpowiada tętnieniom napięcia na wyjściu prostownika. Napięcie tętnień jest równe 6,85 V, co stanowi ok. 3,3 % napięcia DC prostownika, które jest równe 208,6 V.



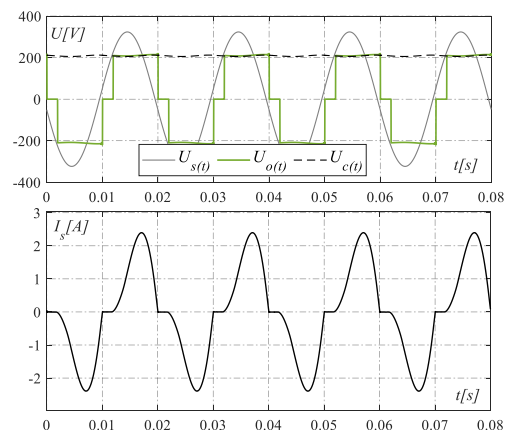
Rys. 7. Charakterystyka napięciowo – prądowa  $U(I)$  rozważanego odbiornika nieliniowego

Wartości elementów filtra dobierano w taki sposób, aby współczynnik  $THD$  prądu  $I_s$  był możliwie najmniejszy oraz współczynnik mocy obwodu był bliski jedności. W tym celu wykonano skalowanie wszystkich parametrów obwodu do zmiennych bezwymiarowych zgodnie z zależnościami (8), a następnie stosując model w Simulinku przedstawiony na rysunku 3 przeprowadzono badania symulacyjne. Dla lepszej wizualizacji funkcji celu opisanej wzorem (14) sporządzono wykres jej odwrotności  $1/F_c$  przedstawiony na rysunku 8. Na wykresie tym można wskazać charakterystyczne maksimum  $1/F_{cmin}$ , dla którego można odczytać parametry:  $x_{fs} = 1,2138$  i  $c_f = 0,179$ .

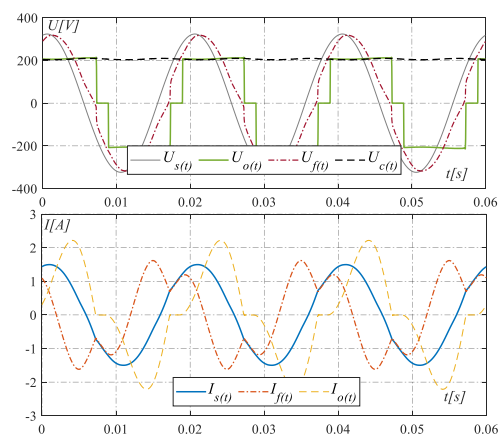


Rys. 8. Odwrotność funkcji celu  $1/F_c$  w funkcji  $x_{fs}$  i  $c_f$

Następnie, zgodnie z zależnościami (8) przeprowadzono skalowanie zmiennych bezwymiarowych do zmiennych podstawowych obwodu otrzymując wartości elementów filtra:  $L_{fs} = 181,8$  mH,  $C_f = 12,104$   $\mu$ F oraz  $L_f = 93$  mH. Rezystancja  $R_f$  była równa ok. 1  $\Omega$  i wynikała głównie z rezystancji drutu dławika  $L_f$ . Indukcyjność dławika  $L_f$  określono na podstawie warunku rezonansu własnego z pojemnością  $C_f$  odpowiadającego częstotliwości trzeciej harmonicznej  $n_s = 3$ . Chwilowe przebiegi napięć i prądów w obwodzie przed dołączeniem filtra szerokopasmowego typu  $\Gamma$  prezentuje rysunek 9 i po dołączeniu rysunek 10. Znaczącą różnicę można zaobserwować dla przebiegów prądu  $I_s$ . Jego kształt po dołączeniu filtra jest zbliżony do sinusoidalnego.

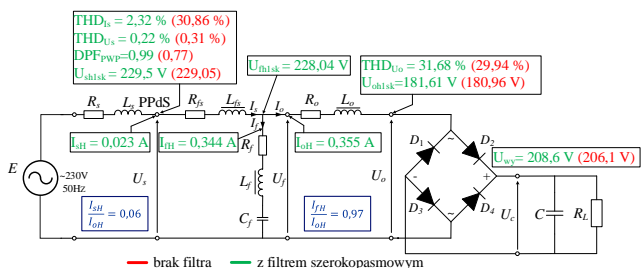


Rys. 9. Przebiegi napięć i prądów bez dołączonego filtra wyższych harmonicznyc



Rys. 10. Przebiegi napięć i prądów obwodzie z dołączonym filtrem szerokopasmowym wyższych harmonicznyc

Charakterystyczne parametry i wskaźniki obwodu z szerokopasmowym filtrem wyższych harmonicznych oraz bez dołączonego filtra prezentowane są na rysunku 11. Na podstawie uzyskanych wyników eksperymentalnych można uznać, że filtr szerokopasmowy skutecznie ogranicza przepływ wyższych harmonicznych do systemu elektroenergetycznego oraz wprowadza znaczącą poprawę współczynnika mocy. Wartość THD prądu  $I_s$  jest równa 2,3% (przed dołączeniem filtra było to prawie 30%). Współczynnik mocy, jest równy 0,99, a przed dołączeniem filtra był równy 0,77. Współczynniki THD napięcia odbiornika nieliniowego  $U_o$  dla obu przypadków nie różnią się znacząco i są równe ok. 30%. Suma wartości skutecznych wyższych harmonicznych prądów obciążenia nieliniowego  $I_{oH}$  oraz równoległej gałęzi filtra  $I_{fH}$  mają podobne wartości. Prąd  $I_{fH}$  jest nieznacznie mniejszy i stanowi 97% prądu obciążenia  $I_{oH}$ . To oznacza, że większość wyższych harmonicznych prądu obciążenia nieliniowego płynie przez równoległą gałąź filtra, a tylko nieznaczna część płynie do systemu elektroenergetycznego. Wartość skuteczna sumy wyższych harmonicznych napięcia  $U_{Hsk}$  w punkcie PPdS jest równa ok. 1,15 V, dominująca jest harmoniczna podstawowa tego napięcia  $U_{sh1sk}$  o wartości 229,5 V.



Rys. 11. Charakterystyczne parametry i wskaźniki obwodu z szerokopasmowym filtrem wyższych harmonicznych oraz bez dołączonego filtra

Ocena zjawisk oddziaływań w obwodzie z odbiornikiem nieliniowym uwzględnia moc pierwszej harmonicznej i moc wyższych harmonicznych. Całkowita moc czynna  $P$  obliczana jest zgodnie ze wzorem [13]:

$$(16) \quad P = \frac{1}{T} \int_0^T U(t) \cdot I(t) dt$$

Całkowita moc bierna natomiast jest obliczana z wykorzystaniem operatora różniczkowania prądu  $di(t)/dt$  w następujący sposób [14]:

$$(17) \quad Q = \frac{1}{2} \frac{1}{\omega T} \int_0^T U(t) \cdot \left( \frac{di(t)}{dt} \right) dt$$

Zarówno moc czynną i bierną można przedstawić jako sumę mocy pierwszej harmonicznej ( $P_{h1}$ ,  $Q_{h1}$ ) i mocy wyższych harmonicznych ( $P_H$ ,  $Q_H$ ):

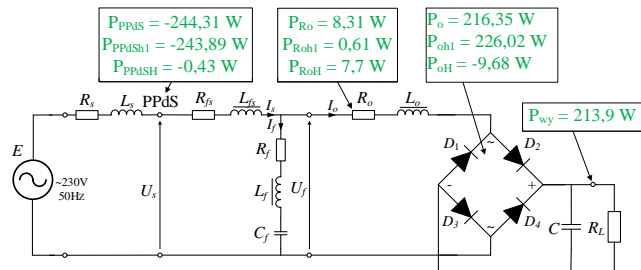
$$(18) \quad P = P_{h1} + P_H$$

$$(19) \quad Q = Q_{h1} + Q_H$$

Moc czynna i moc bierna wyższych harmonicznych wyznaczone są na podstawie różnicy mocy całkowitych i mocy pierwszych harmonicznych ze wzorów (18) i (19).

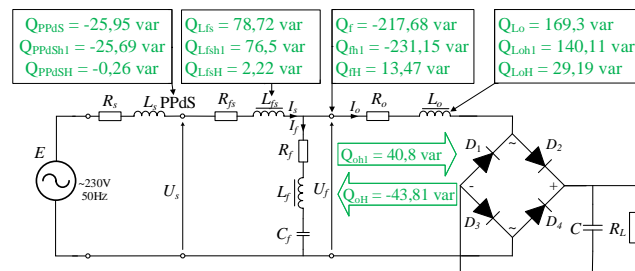
Wartości mocy na elementach rozpatrywanego obwodu wyznaczano numerycznie na podstawie chwilowych wartości spadków napięć na elementach obwodu i prądów płynących przez te elementy. Przepływ mocy czynnej w analizowanym obwodzie prezentowany jest na rysunku 12. Moc czynna w punkcie przyłączeniowym PPdS ma składową podstawową  $P_{PPdSh1}$ , której wartość jest równa ok. 244 W. Praktycznie taką samą wartość ma całkowita moc czynna w tym punkcie  $P_{PPdS}$ . Moc czynna pierwszej harmonicznej

odbiornika nieliniowego  $P_{oh1}$  jest o ok. 10 W większa od jego mocy całkowitej  $P_o$ . Moc czynna wyższych harmonicznych odbiornika nieliniowego  $P_{oH}$  także jest równa ok. 10 W i ma znak ujemny. To znaczy, że odbiornik nieliniowy jest źródłem wyższych harmonicznych. W takim przypadku moc czynna wyższych harmonicznych prostownika  $P_{oH}$  jest zwracana do układu zasilania i wydzielana jest głównie na rezystancji  $R_o$  w postaci mocy czynnej wyższych harmonicznych  $P_{RoH}$ .



Rys. 12. Moc czynna w wybranych punktach obwodu z szerokopasmowym filtrem wyższych harmonicznych

Rozkład mocy bieżej dla harmonicznej podstawowej i wyższych harmonicznych w obwodzie prezentowany jest na rysunku 13. Na zaciskach zasilania prostownika moc bierna wyższych harmonicznych  $Q_{oH}$  jest równa ok. -43,81 var. Charakterystyczny jest znak ujemny tej mocy, co można interpretować, że prostownik jest też źródłem mocy bieżej wyższych harmonicznych. Wartość tej mocy jest tylko o ok. 3 var większa niż moc bierna składowej podstawowej prostownika  $Q_{oh1}$ . Różnica ta odpowiada wartości całkowitej mocy bieżej  $Q_o$  na zaciskach zasilających prostownik, którą można wyznaczyć na podstawie wzoru (17). Wartości te potwierdzają występowanie zjawiska konwersji mocy bieżej w nieliniowości prostownika. Całkowita moc bierna w punkcie przyłączeniowym  $Q_{PPdS}$  jest równa ok. -26 var. Największe wartości mocy bieżej w obwodzie zmierzono na równoległej gałęzi filtra. Dominująca jest w tym przypadku moc składowej podstawowej  $Q_{f1}$ , która ma znak ujemny.



Rys. 13. Rozkład mocy bieżej w obwodzie z odbiornikiem nieliniowym i szerokopasmowym filtrem wyższych harmonicznych

Bilans mocy bieżej dla harmonicznych podstawowych i sumy wyższych harmonicznych w obwodzie jest spełniony z dokładnością mniejszą niż 1 var. Dla mocy całkowitych  $Q$  wartość bilansu jest równa 1,38 var. Omówione powyżej zjawiska bilansu mocy w obwodzie występują tylko dla definicji mocy bieżej zgodnej z zależnością (17).

Przeprowadzone analizy eksperymentalne obwodu pozwalają stwierdzić, że zastosowany filtr szerokopasmowy wyższych harmonicznych skutecznie ogranicza oddziaływania obciążenia nieliniowego i systemu zasilania, omijając przy tym problemy, które mogą wystąpić dla filtrów rezonansowych LC. Model matematyczny obwodu z obciążeniem nieliniowym i szerokopasmowym filtrem wyższych harmonicznych umożliwia prowadzenie analiz pod

kątem opracowywania zasad zmniejszania wzajemnych oddziaływań systemu elektroenergetycznego i obciążenia nieliniowego. Potwierdzają to powyższe analizy symulacyjne oraz ich użyteczność w projektowaniu filtra szerokopasmowego, co zostało zweryfikowane badaniami eksperymentalnymi.

### Podsumowanie

Na podstawie uzyskanych wyników można stwierdzić, że filtr szerokopasmowy typu  $I$  skutecznie ogranicza oddziaływanie układu zasilania i odbiornika nieliniowego. Uzyskano znaczącą redukcję współczynnika THD prądu w punkcie PPdS oraz znaczącą poprawę współczynnika mocy układu zasilania.

Cechą wyróżniającą stosowany filtr jest indukcyjność  $L_{fs}$  włączona szeregowo między system zasilania i odbiornik. Może ona powodować dodatkowy spadek napięcia w obwodzie. Natomiast wzrost napięcia  $U_f$  na równoległej gałęzi filtra niweluje tę wadę. Prąd przepływający przez tę indukcyjność nie ma składowej stałej i indukcyjność może być z rdzeniem, bez szczeliny powietrznej. Ponadto filtr może być utworzony z wykorzystaniem baterii kompensacji mocy biernej. Analizowany filtr szerokopasmowy, poza filtracją wyższych harmonicznych prądu odbiornika nieliniowego poprawia także współczynnik mocy. Jest to duża zaleta.

Model obwodu oraz jego model matematyczny, może stanowić model odniesienia do dalszych analiz oraz testowania metod projektowania i skuteczności filtrów wyższych harmonicznych.

**Autorzy:** dr inż. Paweł Strzabala, Politechnika Świętokrzyska, Katedra Urządzeń Elektrycznych i Automatyki, al. Tysiąclecia Państwa Polskiego 7, 25-314 Kielce, E-mail: pstrzabala@tu.kielce.pl; prof. dr hab. inż. Mirosław Wciślik, Politechnika Świętokrzyska, Katedra Urządzeń Elektrycznych i Automatyki, al. Tysiąclecia Państwa Polskiego 7, 25-314 Kielce, E-mail: wcislik@tu.kielce.pl.

### LITERATURA

- [1] Wasiak I.: *Elektroenergetyka w zarysie: Przesył i rozdział energii elektrycznej*, Politechnika Łódzka, Łódź, 2009
- [2] PN-EN 50160: *Parametry napięcia zasilającego w publicznych sieciach elektroenergetycznych*, PKN, Warszawa, 2014
- [3] PN-EN 61000-3-2: *Kompatybilność elektromagnetyczna (EMC) Część 3-2: Poziomy dopuszczalne emisji harmonicznych prądu (fazowy prąd zasilający odbiornika  $\leq 16$  A)*, PKN, Warszawa, 2007
- [4] IEEE Power and Energy Society: *519 – 2014 - IEEE Recommended Practice and Requirements for Harmonic Control in Electric Power Systems*, New York, 2014
- [5] IEEE Std 1459-2010 *Standard Definitions for the Measurement of Electric Power Quantities Under Sinusoidal, Nonsinusoidal, Balanced, or Unbalanced Conditions*, IEEE, New York, 2010
- [6] Lange A., Pasko M.: *Wybrane metody poprawy jakości energii elektrycznej za pomocą układów LC*, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice, 2015
- [7] Popławski T., Kurkowski M., Mirowski J.: *Zastosowanie filtrów pasywnych do eliminacji wyższych harmonicznych prądu*, Przegląd Elektrotechniczny, Nr 1, 2021, s. 170-173
- [8] Swamy M. M., Bisel G. R., Rossiter S. L.: Patent: 5444609, Passive Harmonic Filter System for Variable Frequency Drives, 1995
- [9] Hava, Zubi: Improved Broadband Harmonic Filter Design for Adjustable Speed Drives, 2005
- [10] Hava A. M., Zubi H.: *Improved Broadband Harmonic Filter Design for Adjustable Speed Drives*, IEEE, 2005, s. 298 – 303
- [11] Zubi H. M., Dunn R. W., Robinson F. V. P.: *Optimizing Broadband Harmonic Filter Design for Adjustable Speed Drive Systems*, Proceedings of the 2011 14th European Conference on Power Electronics and Applications, 2011, s. 1 – 10
- [12] Strzabala P., Wciślik M.: *Analysis of interactions in the circuit of the power system with nonlinear load and LC passive filter*, Przegląd Elektrotechniczny, Nr 3, 2020, s. 55 – 58
- [13] Emanuel A. E.: *Power Definitions and the Physical Mechanism of Power Flow*, John Wiley & Sons, Chichester, 2010
- [14] Wciślik M.: *Power balances in AC Electric circuit with nonlinear load*, ICHPQ, Bergamo, IEEE, 2010