

Zastosowanie metody GAES do wyznaczania wartości parametrów wielogałęziowych obwodów Cauera

Streszczenie. W artykule przedstawiono metodę łączącą elementy strategii ewolucji z algorytmem genetycznym (GAES), tj. metodę ukierunkowaną na poszukiwanie ekstremum nie tylko funkcji wielomodalnej, ale także funkcji wielu zmiennych. Opisano jej implementację w poszukiwaniu parametrów wielogałęziowych obwodów Cauera. Sprawdzono słuszność zaproponowanej metody oraz porównano uzyskane wyniki na podstawie metody GAES z wynikami uzyskanymi na podstawie modelu polowego.

Abstract. The article presents a method combining elements of evolution strategy with a genetic algorithm (GAES) for searching for the extremum not only of a multimodal function but also of a multivariable function. Its implementation in the search for parameters of multibranch Cauer circuits is described. The validity of the proposed method was verified, and the obtained results based on the GAES method were compared with the results obtained based on the field model. (**Application of the GAES fitting method for determining parameter values of Cauer multi-branch circuits**)

Słowa kluczowe: metoda dopasowania, algorytmy genetyczne, strategie ewolucyjne, obwody wielogałęziowe Cauera.

Keywords: fitting method, genetic algorithm, evolutionary strategies, Cauer multi-branch circuits.

Wprowadzenie

W ostatnich latach coraz więcej układów zasilanych jest ze źródeł wyższych częstotliwości. Ze względu na złożoność zjawisk w nich występujących poszukiwane są skuteczne i szybkoobrotowe metody analizy, projektowania oraz optymalizacji tych urządzeń. Wykorzystanie modeli polowych, bardzo popularnych w ostatnich 10-20 latach, wiąże się jednak z długim czasem obliczeń, co przy optymalizacji czy też projektowaniu nowych rodzajów układów jest dużym utrudnieniem. Z kolei zastosowanie modeli obwodowych, ze względu na znaczne uproszczenia nie zawsze jest wystarczająco dokładne. Dlatego dąży się do poszukiwania takich metod i modeli, które połączą zalety zarówno modeli polowych jak i modeli obwodowych. W literaturze przedmiotu coraz częściej można doszukać się informacji na temat modeli obwodowo – polowych wykorzystujących równoważne obwody Fostera i/lub Cauera. Modele te charakteryzują się krótszym czasem obliczeń niż modele polowe przy zachowaniu wysokiej wiarygodności wyników, jak również pozwalają na analizę stanów pracy przetworników w szerokim zakresie zmian częstotliwości źródła zasilania, bez konieczności przeliczania modelu „od tzw. początku”. W niniejszej pracy Autorzy pragną przedstawić sposób formułowania modelu obwodowo-polowego z wykorzystaniem metody dopasowania, łączącej tu elementy strategii ewolucji z algorytmem genetycznym.

Metody dopasowania oparte są na metodach optymalizacyjnych. Metody te znajdują szerokie zastosowanie w procesie projektowania nowych jak i przy przeprojektowywaniu istniejących już systemów i urządzeń. W ogólnodostępnej literaturze można znaleźć sporą liczbę metod dopasowania, zarówno autorskie, jak i powszechnie znane i stosowane algorytmy, zawarte, m. in. w oprogramowaniu komercyjnym, tj.: Matlab, Scilab czy CST Studio Suite [1]. Wśród powszechnie stosowanych metod najpopularniejsze są metody oparte na algorytmach genetycznych [2], lub metody optymalizacyjne bazujące na behawioryzmie różnych gatunków zwierząt i owadów [3,4,5]. Niestety, większość metod optymalizacyjnych zwykle stosuje się przy rozwiązywaniu zadań z niewielką liczbą zmiennych decyzyjnych. W przypadku bardziej złożonych zadań optymalizacyjnych dużo częściej zastosowanie znajduje podejście łączące elementy strategii ewolucji (ES) z metodą algorytmu genetycznego (GA) [6,7]. W niniejszej pracy, Autorzy, ze względu na rozpatrywanie

zadań, których celem jest poszukiwanie ekstremum nie tylko funkcji wielomodalnej, ale także funkcji wielu zmiennych, wykorzystali właśnie metodę łączącą elementy strategii ewolucji z algorytmem genetycznym, tj. metodę GAES. Opracowana metoda posłużyła do wyznaczenia parametrów obwodów wielogałęziowych Cauera. Proponowana metoda pozwala na poszukiwanie nie tylko funkcji wielu zmiennych, ale także i wartości tych zmiennych w postaci zespolonej. Autorzy wprowadzili szereg modyfikacji bazowej metody GAES, m.in. zaproponowali autorską procedurę umożliwiającą stopniowe zawężanie obszaru poszukiwań, a także w celu uniknięcia utknięcia metody w ekstremum lokalnym, celowo wprowadzono autorski operator nazwany „dopytywem świeżej krwi”. Operator ten pozwolił Autorom na „wyprowadzenie” zmiennych decyzyjnych funkcji z minimum lokalnego i umożliwia znalezienia minimum globalnego. W artykule przedstawiono zaproponowaną metodę i jej implementację w poszukiwaniu parametrów wielogałęziowych obwodów Cauera. Sprawdzono słuszność stosowanej metody oraz porównano uzyskane wyniki na podstawie zaproponowanej metody z wynikami uzyskanymi na podstawie modelu polowego.

Metoda GAES

Autorska metoda GAES to jak wspomniano wcześniej metoda łącząca elementy strategii ewolucji z metodą algorytmu genetycznego. W celu poprawnego działania każdej z metod optymalizacji jest odpowiednie sformułowanie funkcji celu. W dostępnej literaturze funkcja celu określana jest najczęściej zależnością (1), która reprezentuje różnicę pomiędzy impedancją Z^{opt} oraz Z^{FEM} [8,9]. Z^{FEM} jest charakterystyką impedancji uzyskaną na podstawie modelu polowego, natomiast Z^{opt} jest wypadkową charakterystyką impedancji poszukiwanego obwodu równoważnego.

$$f(R, L) = \sqrt{\sum_i^M |Z^{FEM}(\omega_i) - Z^{opt}(\omega_i, R, L)|^2} \rightarrow \min \quad (1)$$

gdzie: R ($R = [R_1, R_2, \dots, R_n]$) i L ($L = [L_1, L_2, \dots, L_n]$) są odpowiednio jednokolumnowymi macierzami reprezentującymi wartości rezystancji i indukcyjności gałęzi obwodu równoważnego Cauera, przy czym $R_n, L_n \geq 0$.

Na podstawie przeprowadzonych prób i testów Autorzy pracy stwierdzili, że funkcja (1) nie odpowiada w pełni rzeczywistym charakterystykom badanych przez nich układów. Znaczące odstępstwa pojawiały się szczególnie w zakresie niskich częstotliwości. W podanym funkcjonał (1) dominującym składnikiem, jak się okazało, jest składnik reprezentujący reakcję, a tak właściwie indukcyjność układu. W badanych przez Autorów układach, tj. transformatorach pracujących z wyższymi częstotliwościami, wiadomym jest, że rezystancje uzwojeń projektowane są tak, aby posiadały odpowiednio małe wartości. Niniejsza kwestia dodatkowo wzmacnia oddziaływanie składnika reprezentującego indukcyjność. Dlatego stosując funkcjonal (1) w obliczeniach, będzie on dużo silniej uzależniony od składnika opisującego indukcyjność układu niż rezystancję. Z powyższych powodów podjęto próbę znalezienia takiej formuły opisującej funkcję celu, aby umożliwiała wyznaczenie parametrów obwodów równoważnych i zapewniła jak najlepsze odwzorowanie impedancji badanego układu w szerokim zakresie zmian częstotliwości źródła zasilania zarówno dla części rzeczywistej jak i urojonej opisującej impedancję. Na podstawie licznych testów Autorzy sformułowali własną funkcję celu (2), w której oba składniki (rezystancje i indukcyjności) są uwzględnione z tą samą wagą:

$$f(R, L) = \left(\sum_i^M \left| \frac{re(\underline{z}^{FEM}(\omega_i) - \underline{z}^{opt}(\omega_i, R, L))}{re(\underline{z}^{FEM}(\omega_i))} + \frac{im(\underline{z}^{FEM}(\omega_i) - \underline{z}^{opt}(\omega_i, R, L))}{im(\underline{z}^{FEM}(\omega_i))} \right|^2 \right)^{1/2} \rightarrow \min \quad (2)$$

Poszukując ekstremum funkcji (2), zaproponowano trójpoziomowy algorytm optymalizacyjny GAES, który zaimplementowano w autorskim oprogramowaniu [7]. W opracowanym algorytmie poza elementami łączącymi strategię ewolucji gatunku z operatorami GA, wdrożono również autorską procedurę umożliwiającą stopniowe zawężanie obszaru poszukiwań.

Najniższy poziom strategii obejmuje klasyczne operatory GA, tj. krzyżowanie, selekcje turniejową, mutację, a także zaproponowany przez Autorów operator nazwany „dopływem świeżej krwi”. Zadaniem tego operatora jest wprowadzenie w i -tej iteracji nowych losowo wybranych osobników. Udział tego operatora jest dość istotny, zwłaszcza w końcowej fazie obliczeń, gdy większość osobników posiada te same geny, a wartość funkcji celu znajduje się jeszcze daleko od wartości poszukiwanego globalnego ekstremum. Dzięki wprowadzeniu nowych losowych osobników można w łatwy sposób „wyprowadzić” daną populację z ekstremum lokalnego, w którym klasyczny algorytm GA mógłby już utknąć. Obliczenia z wykorzystaniem wyżej wymienionych 4 operatorów wykonuje się równoległe, a uzyskane w każdej operacji najlepsze osobniki tworzą nową i -tą populację. Przy tworzeniu tej populacji uwzględnia się również osobniki z $(i-1)$ populacji. Liczba osobników z danej operacji oraz populacji wcześniejszej uzależniona jest od wartości wag przyjętych w strategii. Proces obliczeń w tym etapie kończy się po osiągnięciu przyjętej liczby pętli N^i .

W kolejnym poziomie następuje wpisanie do tablicy BI_i informacji o najlepszym osobniku uzyskanym z obliczeń. W przypadku, gdy liczba iteracji N^i na poziomie środkowym nie została osiągnięta, wówczas ponownie przystępuje się do wygenerowania nowej populacji startowej i powtórzenia obliczeń z najniższego poziomu.

Ostatni poziom zaproponowanej strategii obejmuje zmianę przedziałów zmiennych decyzyjnych S_n obszaru poszukiwań, gdzie $S_n \in \langle S_{n,min}, S_{n,max} \rangle$. W opracowanym algorytmie zawężano obszar poszukiwań w obrębie aktualnie najlepszego osobnika X_n^{opt} . Obszar zawężano zgodnie z formułą (3):

$$(S_n)^{k+1} \in \langle S_{n,min}^{k+1}, S_{n,max}^{k+1} \rangle = \langle (X_n^{opt})^k - r^{-k}(S_{n,max} - S_{n,min}), (X_n^{opt})^k + r^{-k}(S_{n,max} - S_{n,min}) \rangle \cap R_+ \quad (3)$$

gdzie: symbol $(S_n)^{k+1}$ reprezentuje zakres zmiennych decyzyjnych w $(k+1)$ iteracji, $(X_n^{opt})^{k-1}$ jest wektorem zmiennych decyzyjnych dla najlepszego osobnika z k -tej iteracji, $S_{n,min}$ i $S_{n,max}$ reprezentują odpowiednio dolne oraz górne początkowe wartości zmiennych decyzyjnych w $(k+1)$ iteracji. Symbol r opisuje natomiast współczynniki szybkości zawężania obszaru S_n , przy czym $r \in (1, 2)$. Proces optymalizacji kończy się po osiągnięciu zadanej liczby iteracji N^k .

W celu lepszego zrozumienia oraz zilustrowania proponowanego podejścia zawężania przestrzeni S_n na rysunku 1 przedstawiono wizualne wyjaśnienie sposobu definiowania kolejnych przestrzeni $(S_n)^{k+1}$. Omawianą przestrzeń przedstawiono na prostym przykładzie umiejscowionym w przestrzeni $n=2$ przy poszukiwaniu minimum funkcji celu określonej formułą:

$$f(X_1, X_2) = (X_1 - a)^2 + (X_2 - b)^2 \quad (4)$$

Na początku należy wybrać przestrzeń startową zmiennych decyzyjnych (S_n) . Dla przykładu rozpatrywanego w pracy zakres jak i zasięg jest nieznanymi, dlatego w początkowej fazie obliczeń przyjęto go jako obszar opisany za pomocą dwóch parametrów: pierwszego opisującego przestrzeń od „dół” $S_{n,min} \in \{a_{min}, b_{min}\}$ i drugiego opisującego przestrzeń od „góry” $S_{n,max} \in \{a_{max}, b_{max}\}$. Następnie tworzone są początkowe osobniki metodą ruletki (rys. 1.a). W kroku drugim następuje optymalizacja. Na rysunku 1.b zobrazowano osobniki w pobliżu minimalnego punktu X^{opt} dla założonej początkowej powierzchni S_n , a na rysunkach 1.c i 1.d przedstawiono sposób wyboru nowego (kolejnego) obszaru poszukiwań zmiennych decyzyjnych $(S_n)^1$. Następnie wykonywany jest ponowny start programu optymalizacyjnego i poszukiwanie nowych osobników spełniających funkcję celu dla nowego obszaru poszukiwań (rys. 1.e). Sekwencje od (a) do (e) są powtarzane wielokrotnie, aż algorytm nie odnajdzie ekstremum funkcji celu (rys. 1.f). Przed każdym ponownym startem programu obszar poszukiwań jest zawężany i relokowany.

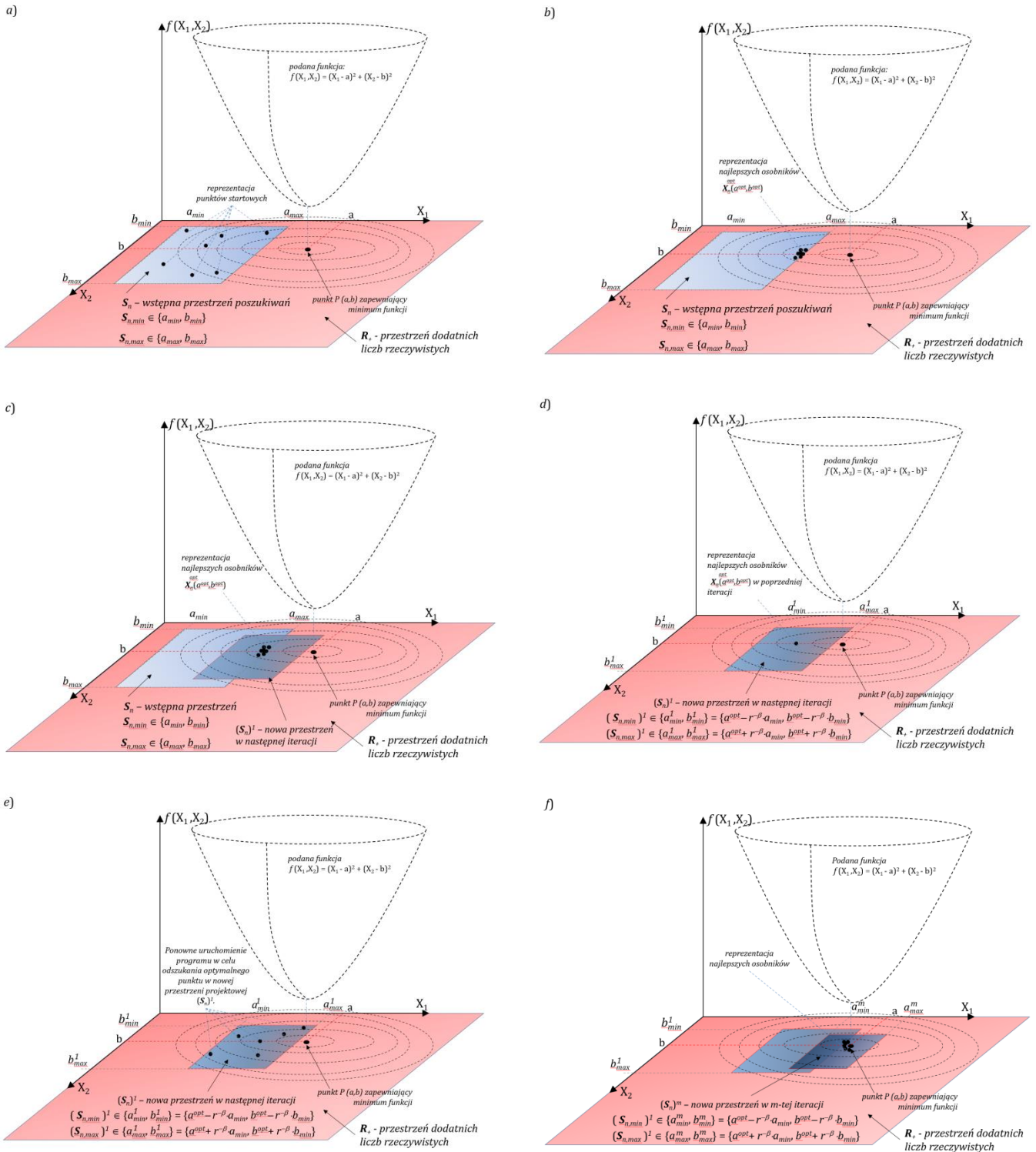
Ze względu na dużą liczbę zmiennych decyzyjnych oraz bardzo duży obszar poszukiwań tych zmiennych, klasyczne podejście optymalizacyjne bazujące na algorytmach genetycznych nie przynosiło zadowalających rezultatów. Dlatego zostały wprowadzone, zaprezentowane powyżej, autorskie modyfikacje, które zostały wielokrotnie przebadane i przetestowane na wielu przykładach. Po wykonanych przez Autorów testach można stwierdzić, że przedstawiony algorytm umożliwia poszukiwanie funkcji celu wielu zmiennych decyzyjnych w szerokim zakresie przestrzeni tych zmiennych oraz pozwala na uzyskiwanie lepszych wyników niż podczas stosowania klasycznych metod GA.

Wyniki

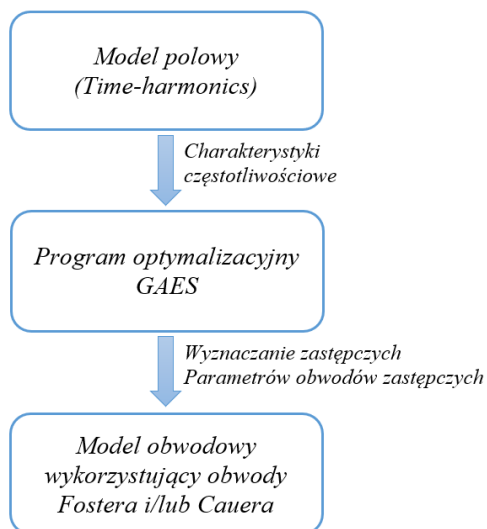
Celem niniejszej pracy było wyznaczenie parametrów zastępczych obwodów Cauera z zastosowaniem metody

GAES. Rozwiązując dane zadanie Autorzy opracowali odpowiedni algorytm podzielony na trzy bloki (rys. 2). W pierwszym bloku wyznacza się charakterystyki częstotliwościowe indukcyjności i rezystancji badanego obiektu na podstawie zredukowanego modelu polowego (*time - harmonics*). Zastosowanie własnego modelu umożliwiło w skrócony i łatwy sposób pozyskiwanie wymaganych charakterystyk opisujących rozpatrywany układ. Szczegóły dotyczące opracowanego modelu polowego szczegółowo omówiono m. in. w [7, 10] i nie

będzie on tu przywoływany. Drugi blok związany jest z autorskim oprogramowaniem GAES służącym do wyznaczania optymalnych wartości parametrów obwodu Cauera na podstawie charakterystyk uzyskanych we wcześniejszym bloku. Ostatni blok realizuje obliczenia związane z analizą stanów pracy testowanego układu na podstawie modelu obwodowego uformowanego na podstawie obwodów równoważnych.



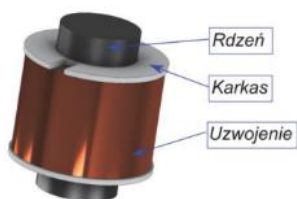
Rys. 1 Wizualne przedstawienie sposobu zawężania przestrzeni S_n



Rys. 2 Schemat blokowy formułowania obwodów równoważnych na podstawie metody dopasowania GAES.

Przystępując do poszukiwania wartości parametrów obwodów równoważnych, w pierwszej kolejności należy sformułować odpowiednią funkcję celu (2) oraz określić charakterystyki impedancji układu w funkcji częstotliwości źródła zasilania (rys. 4).

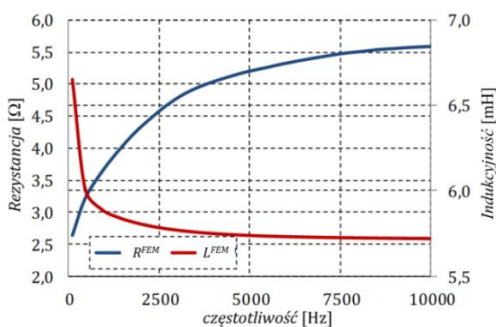
W celu przedstawienia słuszności przedstawionej metody wybrano prosty układ cewki solenoidalnej, w której umieszczono koncentrator pola (rys. 3). Wymiary układu zamieszczono w Tabeli 1.



Rys. 3 Widok rozpatrywanego układu

Tabela 1. Wymiary rozpatrywanego układu

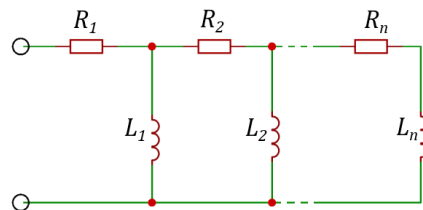
| Uzwojenie | |
|---------------------|--------|
| Wysokość | 90 mm |
| Średnica wewnętrzna | 40 mm |
| Średnica zewnętrzna | 102 mm |
| Rdzeń | |
| Wysokość | 100 mm |
| Średnica | 30 mm |



Rys. 4 Referencyjna charakterystyka częstotliwościowa badanego układu wyznaczona na podstawie pełnego modelu polowego wykonanego w oprogramowaniu komercyjnym

Na podstawie charakterystyk częstotliwościowych oraz własnego oprogramowania GAES wyznaczono parametry obwodu Cauera badanego obiektu (rys. 5). W Tabeli 2 i 3 przedstawiono parametry rezystancji i indukcyjności

obwodu Cauera w zależności od liczby gałęzi. Rozpatrywano układ od 2 do 5 gałęzi obwodu Cauera.



Rys. 5 Obwód Cauera

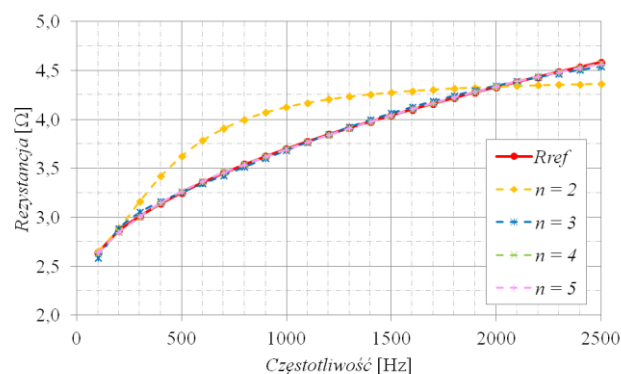
Tabela 2. Wyznaczone wartości rezystancji R_n obwodu Cauera

| Parametry obwodu Cauera – rezystancje | | | | | |
|---------------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| n [-] | R_1 [Ω] | R_2 [Ω] | R_3 [Ω] | R_4 [Ω] | R_5 [Ω] |
| 2 | 2,76 | 743,00 | - | - | - |
| 3 | 2,50 | 3,60 | 500,00 | - | - |
| 4 | 2,43 | 72,15 | 1442,00 | 2298,00 | - |
| 5 | 2,32 | 18,31 | 25,17 | 961,56 | 5399,37 |

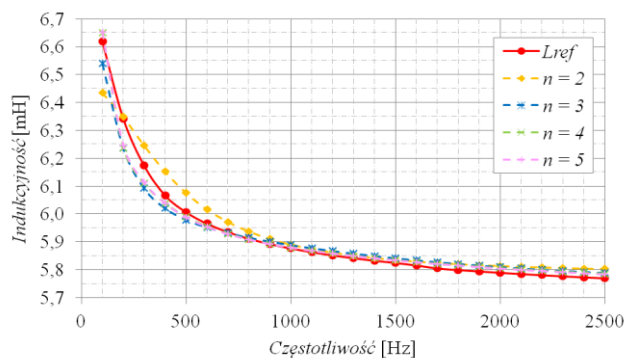
Tabela 3. Wyznaczone wartości indukcyjności L_n obwodu Cauera

| Parametry obwodu Cauera – indukcyjności | | | | | |
|---|------------|------------|------------|------------|------------|
| n [-] | L_1 [mH] | L_2 [mH] | L_3 [mH] | L_4 [mH] | L_5 [mH] |
| 2 | 6,07 | 111,50 | - | - | - |
| 3 | 8,10 | 25,30 | 100,00 | - | - |
| 4 | 6,52 | 57,15 | 342,00 | 487,00 | - |
| 5 | 6,91 | 336,15 | 48,32 | 233,13 | 499,86 |

Na podstawie wyznaczonych parametrów wykonano porównanie wyznaczonych zależności indukcyjności zarówno rezystancji (rys. 6) jak i indukcyjności (rys. 7) w funkcji częstotliwości źródła zasilania z charakterystykami uzyskanymi na podstawie pełnego modelu polowego wykonanego w oprogramowaniu komercyjnym.



Rys. 6. Porównanie zależności rezystancji od częstotliwości źródła zasilania uzyskanych na podstawie modelu polowego oraz obwodu równoważnego Cauera



Rys. 7 Porównanie zależności indukcyjności od częstotliwości źródła zasilania uzyskanych na podstawie modelu polowego oraz obwodu równoważnego Cauera

W celu ukazania skuteczności zastosowanego podejścia określono średnią wartość różnic pomiędzy wynikami obliczeń przy zastosowaniu pełnego modelu polowego oraz metody GAES. Wartości różnic tych zostały oszacowane na podstawie następującej formuły (5):

$$\varepsilon_{\Delta R,L} = \left(\frac{\sum_i (M_i - C_i)^2}{\sum_i M_i^2} \right)^{0,5} \cdot 100\% \quad (5)$$

gdzie: M_i oznacza i -tą wartość rezystancji lub indukcyjności wyznaczoną na podstawie pełnego modelu polowego (referencyjnego), natomiast C_i określa i -tą wartość rezystancji lub indukcyjności wyznaczoną na podstawie proponowanego w pracy podejścia.

Tabela 4. Średnia różnica pomiędzy wynikami pomiarów i obliczeń

| n | 2 | 3 | 4 | 5 |
|--------------------------|--------|-------|-------|-------|
| $\varepsilon_{\Delta R}$ | 30,25% | 0,76% | 0,16% | 0,15% |
| $\varepsilon_{\Delta L}$ | 0,44% | 0,33% | 0,25% | 0,23% |

Przeprowadzona analiza wykazała wpływ liczby gałęzi schematu zastępczego na odwzorowanie charakterystyki bazowej. Wraz ze wzrostem rozpatrywanej liczby gałęzi różnice pomiędzy charakterystykami stają się coraz mniejsze. W pracy przyjęto, że odwzorowanie układu dla liczby gałęzi $n = 5$ było wystarczające. Po wykonaniu testów zwiększanie liczby gałęzi nie przynosi już wymiernych korzyści, zwiększając liczbę n tym samym zwiększa się liczbę zmiennych decyzyjnych, powodując wzrost złożoności obliczeń oraz wydłużenia czasu obliczeń. W przypadku zwiększania liczby gałęzi powyżej 5 algorytm optymalizacyjny bardzo często znajdował minimum lokalne, w którym potrafił się zatrzymać. Wyniki tych badań będą poddane analizie i poddane dyskusji w kolejnej publikacji.

W pracy porównano również czas potrzebny na obliczenia za pomocą pełnego modelu polowego oraz proponowanego modelu. Obliczenia pełnego modelu polowego, wykonane w oprogramowaniu komercyjnym, wynosiły średnio 2 – 3 godziny dla wybranej częstotliwości źródła zasilania. W przypadku autorskiego podejścia czas niezbędny na obliczenia wynosił średnio 30 s dla każdej z rozpatrywanych wartości częstotliwości z wykorzystaniem własnego modelu polowego [10] oraz od 2 do 5 godzin stosując optymalizację GAES. W przypadku jednak analizy układów pracujących z wyższymi częstotliwościami, gdzie częstotliwość ma szczególne znaczenie i często dokonuje się jej zmian w celu weryfikacji działania danego urządzenia, istnieje możliwość redukcji całkowitego czasu obliczeń.

Podsumowanie

Metody dopasowania często znajdują zastosowanie przy projektowaniu urządzeń i systemów. W zależności od liczby poszukiwanych zmiennych różne metody optymalizacyjne są rozwijane i poszukiwane są nowe metody. Niestety, jeśli wyznaczana jest duża liczba zmiennych bazująca na wielowymiarowej przestrzeni tych

zmiennych, proces ich poszukiwania bywa złożony i często czasochłonny.

Zastosowanie metody GAES do poszukiwania parametrów zastępczych wielogałęziowych obwodów Cauera pozwoliło na skrócenie całkowitego czasu obliczeń w porównaniu z czasem potrzebnym na wykonanie wielokrotnych obliczeń pełnego modelu polowego. W pracy potwierdzono również, że zaproponowana metoda z dużą dokładnością odwzorowuje parametry skupione badanych układów, gdzie różnica pomiędzy wartościami bazowymi oraz wynikami obliczeń, przy liczbie gałęzi $n = 5$ obwodu Cauera, nie przekracza 0,25%.

Praca powstała w wyniku realizacji projektu badawczego o nr 2020/37/N/ST7/02579 finansowanego ze środków Narodowego Centrum Nauki.

Autorzy: dr inż. Milena Kurzawa, dr hab. inż. Rafał M. Wojciechowski prof. PP, dr hab. inż. Paweł Idziak, Politechnika Poznańska, Instytut Elektrotechniki i Elektroniki Przemysłowej, ul. Piotrowo 3a, 60-965 Poznań, E-mail: milena.kurzawa@put.poznan.pl; rafal.wojciechowski@put.poznan.pl, pawel.idziak@put.poznan.pl

LITERATURA

- [1] Bañuelos-Cabral E. S., Gutierrez-Robles J. A., Gustavsem B., Rational fitting techniques for the modeling of electric power components and systems using MATLAB Environment, InTech, 2017
- [2] Knypiński Ł., Nowak L., Demenko A., Optimization of the synchronous motor with hybrid permanent magnet excitation system, *Compel*, vol. 34, no. 2, pp. 448 – 455, 2015
- [3] Belahcel A., Floran M., El-Hadi-Zaim M., Kolondzovski Z., Combined FE and particle swarm algorithm for optimization high speed PM synchronous machine, *COMPEL*, vol. 34, no. 2, pp. 47 – 484, 2015
- [4] Gao M.L., Shen J., Yin L.J., Liu W., Zou G.F., Li H.T., Fu G.X., A novel visual tracking method using bat algorithm, *Neurocomputing*, vol. 177, pp 612 – 619, 2016
- [5] Karnavas Y., L., Chasiotis I. D., Peponakis E. L., Permanent magnet synchronous motor design using grey wolf optimizer algorithm, *IJECE*, vol. 6, no. 3, pp. 1353 – 1362, 2016
- [6] Dao S., Abhary K., Marian R., An improved genetic algorithm for multi-dimensional optimization of precedence-constrained production planning and scheduling, *Journal of Industrial Engineering, International*, vol. 13, no. 2, pp. 143 – 159, 2017
- [7] Wojciechowski R. M., Kurzawa M., Jędryczka C., Application of evolution strategy to determine parameters of the multi-branch Foster and Cauer equivalent circuit of system with eddy currents, *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, vol. 63, no. 4, pp. 649 – 659, 2020
- [8] Shimotani T., Sato Y., Igarashi H., Direct synthesis of equivalent circuits from reduced FE models using proper orthogonal decomposition, *Compel*, vol. 35, no. 6, pp. 2035 – 2044, 2016
- [9] Shimotani T., Sato Y., Igarashi H., Equivalent-circuit generation from Finite Element solution using Proper Orthogonal Decomposition, *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 52, no. 3, 2016
- [10] Kurzawa M., Obwodowo-polowa analiza i synteza układów uzwojeń w systemach bezprzewodowej transmisji energii elektrycznej, Rozprawa doktorska, 2023