PRZEGLĄD ELEKTROTECHNICZNY

OPEN ACCESS

Jerzy AUGUSTYN[1], Krzysztof MUSIOŁ[2], Marian KAMPIK[3]
ORCID: [1]0000-0001-6042-9384; [2]0000-0001-5532-7463; [3]0000-0002-4928-3684
DOI: 10.15199/48.2025.08.07

Zastosowanie zmodyfikowanego algorytmu dopasowania do sinusa do bezpośredniego wyznaczenia składowych zespolonego stosunku napięć

Application of the modified sine-fitting algorithm to directly determine the complex voltage ratio components

[1] dr hab. inż. Jerzy Augustyn, Politechnika Świętokrzyska, Katedra Informatyki, Elektroniki i Elektrotechniki, al. Tysiąclecia Państwa Polskiego 7, 25-314 Kielce, E-mail: j.augustyn@tu.kielce.pl
[2] dr hab. inż. Krzysztof Musioł, Politechnika Śląska, Katedra Metrologii, Elektroniki i Automatyki, ul. Akademicka 10, 44-100 Gliwice, E-mail: krzysztof.musiol@polsl.pl
[3] prof. dr hab. inż. Marian Kampik, Politechnika Śląska, Katedra Metrologii, Elektroniki i Automatyki, ul. Akademicka 10, 44-100 Gliwice, E-mail: marian.kampik@polsl.pl

Adres do korespondencji: j.augustyn@tu.kielce.pl

Streszczenie: W artykule przeanalizowano zmodyfikowany algorytm dopasowania do sinusa (SFA), który umożliwia bezpośrednie wyznaczenie wartości składowych zespolonego stosunku napięć (CVR). Zastosowana modyfikacja polega na wykorzystaniu współczynników otrzymanych algorytmem SFA dla jednego z napięć do generacji składowych synfazowej i kwadraturowej tego napięcia. W drugim kroku algorytmu otrzymuje się wartości składowych CVR poprzez odniesienie drugiego z powyższych napięć do obliczonych składowych I oraz Q. Przedstawiono przykład wykorzystania zaproponowanej modyfikacji do wyznaczenia składowych impedancji wzorca indukcyjności własnej oraz wzorca pojemności. Wyniki analizy zostały zweryfikowane pomiarami przeprowadzonymi w układzie mostka cyfrowego z dwukanałowym digitizerem.

Słowa kluczowe: dopasowanie do sinusa, zespolony stosunek napięć, pomiary impedancji, algorytmy numeryczne.

Abstract: This paper analyzes a modified sine-fitting algorithm (SFA) that allows direct determination of the complex voltage ratio (CVR) components. The applied modification consists in using the coefficients obtained by the SFA algorithm for one of the voltages to generate the in-phase and quadrature) components with this voltage. In the second step of the algorithm, the values of the CVR components are obtained by referring the second voltage to the calculated I and Q components. An example of using the proposed modification to determine the components of a self-inductance standard and a capacitance standard is presented. The analysis results were verified by measurements carried out in a digital bridge system with a two-channel digitizer.

Keywords: sine-fitting, complex voltage ratio, impedance measurements, numerical algorithms

Wstęp

Pomiary zespolonego stosunku napięć (CVR) sygnałów sinusoidalnych są realizowane w systemach wzorcujących, pomiarach impedancji i kalibracji wzorców rezystancji napięciem przemiennym (AC), kalibracji dwukanałowych źródeł cyfrowych napięcia przemiennego, pomiarach mocy i innych pomiarach wymagających oszacowania parametrów dwóch sygnałów harmonicznych [1] – [6]. Do wyznaczania składowych CVR metodą próbkowania stosowane są różne algorytmy rekonstrukcji parametrów próbkowanych napięć. Wykorzystuje się tutaj algorytmy oparte na dyskretnej transformacie Fouriera (DFT), dopasowaniu do sygnału sinusoidalnego (SF) lub dopasowaniu do elipsy (EF) [7] – [10].

W algorytmach SF istotna jest informacja dotycząca chwili próbkowania kolejnych wartości przetwarzanych sygnałów. Gdy próbkowanie jest synchroniczne, stosowany jest algorytm 3-parametrowy (3pSF). Kiedy należy wyznaczyć dodatkowo częstotliwość mierzonych napięć wykorzystuje się algorytmy iteracyjne – 4-parametrowy (4pSF) lub 7-parametrowy (7pSF) [7], [9]. Wszystkie algorytmy dopasowania do sinusa, w oparciu o metodę najmniejszych kwadratów, umożliwiają wyznaczenie składowych ortogonalnych w kartezjańskim układzie współrzędnych oraz skła-

dowej stałej estymowanych napięć. Realizacja takich algorytmów dla obu porównywanych napięć umożliwia obliczenie składowych CVR. W przedstawionym artykule zaproponowano modyfikację algorytmu dopasowania do sinusa, polegającą na implementacji techniki rozdzielenia jednego z sygnałów na składową synfazową (I) i kwadraturową (Q), które są następnie wykorzystywane do bezpośredniego wyznaczenia składowych zespolonego stosunku napięć. Przedstawiona technika realizuje metodą algorytmiczną znaną zasadę detekcji fazoczułej.

Standardowy 3-parametrowy algorytm dopasowania do sinusa (3pSF)

Zastosowanie algorytmu 3pSF dla N-elementowych sekwencji próbkowanych napięć $u_1(n)$, $u_2(n)$:

$$(1)\qquad \begin{aligned} u_1(n) &= U_{m1}\sin(\omega n T_s + \psi_1) + U_{O1} \\ u_2(n) &= U_{m2}\sin(\omega n T_s + \psi_2) + U_{O2} \end{aligned},$$

gdzie: $n = 0,1,2,\ldots, N-1$, U_{m1}, U_{m2} są amplitudami, U_{O1}, U_{O2} – składowymi stałymi, $\omega = 2\pi f$ jest pulsacją, T_s – okresem próbkowania, ψ_1, ψ_2 – fazami początkowymi próbkowanych sygnałów sinusoidalnych o częstotliwości f, polega na wyznaczeniu ich składowych ortogonalnych oraz składowej stałej. Ich suma opisana jest równaniem:

$$(2)\qquad \begin{aligned} &u_i(n) = A_i\cos\omega_i n + B_i\sin\omega_i n + C_i \\ &i = 1,2,\quad n = 0,1,\ldots,N-1,\quad \omega_i = 2\pi f / f_s \end{aligned},$$

gdzie:

$$(3)\qquad A_i = U_{mi}\sin\psi_i,\quad B_i = U_{mi}\cos\psi_i,\quad C_i = U_{Oi}.$$

Współczynniki $\mathbf{s}_i = (A_i,\ B_i,\ C_i)^{\mathrm{T}}$ wyznacza się metodą najmniejszych kwadratów:

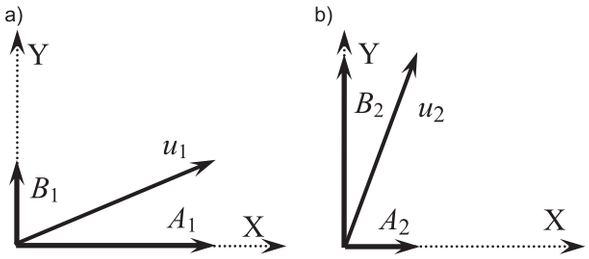
$$(4)\qquad \mathbf{s}_i = (\mathbf{D}_i^{\mathrm{T}}\mathbf{D}_i)^{-1}\mathbf{D}_i^{\mathrm{T}}\mathbf{u}_i,$$

gdzie: $\mathbf{u}_i = (u_i(0),\ldots,u_i(n),\ldots u_i(N-1))^{\mathrm{T}}$,

$$\mathbf{D}_i = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \cos\Omega_i n & \sin\Omega_i n & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \cos\Omega_i(N-1) & \sin\Omega_i(N-1) & 1 \end{pmatrix}.$$

Na podstawie odniesionych do osi kartezjańskiego układu współrzędnych amplitud składowych ortogonalnych (rys.1), zawartych w wektorach współczynników $\mathbf{s}_1$, $\mathbf{s}_2$, obliczonych dla obu porównywanych napięć, wyznacza się składowe zespolonego stosunku napięć [9]:

$$(5)\qquad \underline{r} = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{A_1A_2 + B_1B_2}{A_1^2 + B_1^2} + \mathrm{j}\frac{A_2B_1 - A_1B_2}{A_1^2 + B_1^2}.$$



Rys.1. Rozkład napięć u_1 i u_2 na składowe ortogonalne wyznaczone standardowym algorytmem dopasowania do sinusa

Zmodyfikowany 3-parametrowy algorytm dopasowania do sinusa (m3pSF)

Proponowany algorytm jest realizowany w dwóch etapach. Pierwszy polega na wyznaczeniu składowej synfazowej (I) i kwadraturowej (Q) napięcia $\mathbf{u}_1$ na podstawie elementów wektora współczynników $\mathbf{s}_1$, otrzymanego ze wzoru (4) algorytmem 3pSF dla próbek napięcia $\mathbf{u}_1$. Przyjmując, że składowa kwadraturowa wyprzedza składową synfazową, odpowiadające tej składowej współczynniki można obliczyć poprzez obrót elementów A_1, B_1 o kąt $\pi/2$. Wtedy uwzględniając (3) otrzymuje się:

$$(5)\qquad \begin{aligned} A_{1\mathrm{I}} &= A_1 \\ B_{1\mathrm{I}} &= B_1 \\ A_{1\mathrm{Q}} &= U_{m1}\sin(\pi/2 + \psi_1) = B_1 \\ B_{1\mathrm{Q}} &= U_{m1}\cos(\pi/2 + \psi_1) = -A_1. \end{aligned}$$

Stąd:

$$(6)\qquad (\mathbf{u}_{1\mathrm{I}}\ \ \mathbf{u}_{1\mathrm{Q}}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ \cos\Omega_1 n & \sin\Omega_1 n \\ \vdots & \vdots \\ \cos\Omega_1(N-1) & \sin\Omega_1(N-1) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} A_1 & B_1 \\ B_1 & -A_1 \end{pmatrix}.$$

Współczynniki (5) są podstawą do modyfikacji elementów macierzy $\mathbf{D}_2$:

$$(7)\qquad \mathbf{D}_{2\mathrm{m}} = \mathbf{D}_2\begin{pmatrix} A_1 & B_1 & 0 \\ B_1 & -A_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = (\mathbf{u}_{1\mathrm{I}}\ \ \mathbf{u}_{1\mathrm{Q}}\ \ \mathbf{1}_{\mathrm{N}}),$$

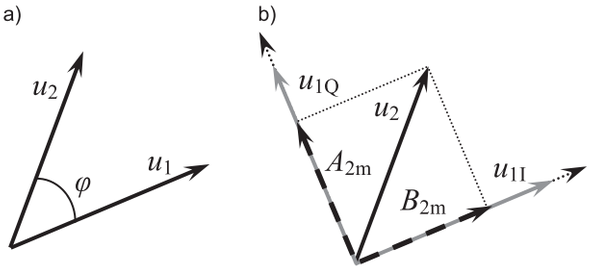
gdzie $\mathbf{1}_{\mathrm{N}}$ jest N-elementowym wektorem jedynek.

Drugi etap realizacji algorytmu polega na wykorzystaniu macierzy (7) do wyznaczenia parametrów $\mathbf{s}_{2\mathrm{m}} = (A_{2\mathrm{m}},\ B_{2\mathrm{m}},\ C_{2\mathrm{m}})^{\mathrm{T}}$ napięcia $\mathbf{u}_1$ na podstawie

wzoru (4) i prowadzi do bezpośredniego wyznaczenia składowych zespolonego stosunku napięć:

$$\underline{r} = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = A_{2\mathrm{m}} + \mathrm{j}B_{2\mathrm{m}}\,. \tag{8}$$

Na rys.2 przedstawiono zasadę działania zmodyfikowanego algorytmu dopasowania do sinusa.



Rys.2. Rozkład napięcia u_1 na składowe ortogonalne: synfazową u_{1I} i kwadraturową u_{1Q}, obliczone zmodyfikowanym algorytmem dopasowania do sinusa wraz z rzutami napięcia u_2 na kierunki wyznaczone przez te składowe.

Zastosowanie w pomiarach składowych impedancji

Przykładem ilustrującym wykorzystanie zaproponowanego algorytmu jest wyznaczenie składowych impedancji w układzie mostka cyfrowego z dwukanałowym digitizerem próbkującym napięcie $u_2\,(n)$ na mierzonej impedancji Z_2 oraz, proporcjonalne do prądu, napięcie $u_1\,(n)$, na szeregowym rezystorze wzorcowym R_1. Wtedy

$$\underline{r} = \underline{Z}_2 = R_1 \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}\,. \tag{9}$$

Procedura realizacji algorytmu zależy od przyjętego schematu zastępczego impedancji. Jeżeli

$$\underline{Z}_2 = R_2 + \mathrm{j}X_2\,, \tag{10}$$

to napięcie $u_2(n)$ jest sumą dwóch składowych ortogonalnych: synfazowej i kwadraturowej z prądem $u_1\,(n)/R_1$:

$$u_2(n) = R_2 \frac{u_{1\mathrm{I}}(n)}{R_1} + X_2 \frac{u_{1\mathrm{Q}}(n)}{R_1}. \tag{11}$$

Składowe impedancji Z_2 można więc obliczyć na podstawie zmodyfikowanej macierzy (7) ze wzoru:

$$\mathbf{s}_{2\mathrm{m}} = (R_2, X_2, C_2)^{\mathrm{T}} = R_1(\mathbf{D}_{2\mathrm{m}}^{\mathrm{T}}\mathbf{D}_{2\mathrm{m}})^{-1}\mathbf{D}_{2\mathrm{m}}^{\mathrm{T}}\mathbf{u}_2\,. \tag{12}$$

Dla impedancji o równoległym schemacie zastępczym prąd $u_1\,(n)/R_1$, płynący przez impedancję Z_2, jest sumą dwóch składowych ortogonalnych: synfazowej i kwadraturowej z napięciem $u_2\,(n)$:

$$\frac{u_1(n)}{R_1} = \frac{u_{2\mathrm{I}}(n)}{R_2} + \frac{u_{2\mathrm{Q}}(n)}{X_2}. \tag{13}$$

W tym przypadku, w odróżnieniu od dwójnika szeregowego, wyznacza się składowe napięcia $\mathbf{u}_{2\mathrm{I}}$, $\mathbf{u}_{2\mathrm{Q}}$, zmodyfikowaną macierz $\mathbf{D}_{1\mathrm{m}}$ i ostatecznie składowe impedancji:

$$\mathbf{s}_{1\mathrm{m}} = (R_2^{-1}, X_2^{-1}, C_1)^{\mathrm{T}} = R_1(\mathbf{D}_{1\mathrm{m}}^{\mathrm{T}}\mathbf{D}_{1\mathrm{m}})^{-1}\mathbf{D}_{1\mathrm{m}}^{\mathrm{T}}\mathbf{u}_1\,. \tag{14}$$

Dla struktury równoległej otrzymuje się więc składowe admitancji Y_2.

Równoległa struktura impedancji jest na ogół przyjmowana dla wzorców pojemności. W przypadku wyznaczania wartości składowych takich wzorców impedancji, podaje się wartość składowej dominującej oraz składowej resztkowej definiowanej dla wzorca pojemności poprzez tangens kąta stratności tanδ.

Po uwzględnieniu, że dla impedancji o równoległym schemacie zastępczym:

$$\tan\delta_2 = \frac{X_2}{R_2} = \frac{1}{\omega R_2 C_2}\,, \tag{15}$$

równanie (13) można przedstawić jako:

$$u_{2\mathrm{Q}}(n) = X_2 \frac{u_1(n)}{R_1} - \tan\delta_2\, u_{2\mathrm{I}}(n). \tag{16}$$

Zmodyfikowaną macierz $\mathbf{D}_{\mathrm{m}}$ należy zbudować z wektorów:

$$\mathbf{D}_{\mathrm{m}} = \left(R_1^{-1}\mathbf{u}_1 \;\; -\mathbf{u}_{2\mathrm{I}} \;\; \mathbf{1}_N\right), \tag{17}$$

a poszukiwane parametry wyznaczyć metodą najmniejszych kwadratów ze wzoru:

$$\mathbf{s}_{\mathrm{m}} = (X_2, \tan\delta_2, C)^{\mathrm{T}} = (\mathbf{D}_{\mathrm{m}}^{\mathrm{T}}\mathbf{D}_{\mathrm{m}})^{-1}\mathbf{D}_{\mathrm{m}}^{\mathrm{T}}\mathbf{u}_{2\mathrm{Q}}. \tag{18}$$

Stosowany w mostku rezystor wzorcowy R_1 nie jest elementem idealnym i charakteryzuje się stałą czasową τ. Składowa synfazowa napięcia $\mathbf{u}_1$ nie jest więc w fazie z prądem płynącym przez impedancję Z_2. Wykorzystując wyznaczone współczynniki (5) można skorygować przesunięcie fazowe składowych $\mathbf{u}_{1\mathrm{I}}$, $\mathbf{u}_{1\mathrm{Q}}$, związane z wartością stałej czasowej:

$$\begin{pmatrix} A_1^{\mathrm{c}} \\ B_1^{\mathrm{c}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{1\mathrm{I}}^{\mathrm{c}} \\ B_{1\mathrm{I}}^{\mathrm{c}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+\omega\tau & 0 \\ 0 & 1-\omega\tau \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix}, \tag{19a}$$

$$\begin{pmatrix} A_{1\mathrm{Q}}^{\mathrm{c}} \\ B_{1\mathrm{Q}}^{\mathrm{c}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_1^{\mathrm{c}} \\ -A_1^{\mathrm{c}} \end{pmatrix}. \tag{19b}$$

Po podstawieniu do (7) skorygowanych wartości współczynników (19), ze wzoru (12) można wyznaczyć skorygowane wartości składowych impedancji Z_2 o strukturze szeregowej. Również dla struktury równoległej można skorygować przesunięcie fazowe napięcia $\mathbf{u}_{1,}$ związane z wartością stałej czasowej τ rezystora wzorcowego R_1. Ponieważ znane są wartości współczynników A_2 i B_2, można skorygować składowe $\mathbf{u}_{2I}$, $\mathbf{u}_{2Q}$ tak, aby uzyskać zgodność faz składowej synfazowej tego napięcia z prądem płynącym przez rezystor R_1.

Wyniki pomiarów

Eksperymentalną weryfikację zmodyfikowanych algorytmów dopasowania do sinusa przeprowadzono z wykorzystaniem systemu pomiarowego opartego o czteroportowy (ang. *four-terminal pair*, 4TP) [11]) mostek impedancyjny typu próbkującego. System ten, rozwijany obecnie w ramach współpracy Politechniki Śląskiej, Uniwersytetu Zielonogórskiego i Głównego Urzędu Miar, został szczegółowo opisany w pracach [12] i [13]. Mostek wykorzystano do pomiaru składowych impedancji trójzaciskowego wzorca indukcyjności własnej IET Labs 1482-L o wartości znamionowej 100 mH oraz czteroportowego wzorca pojemności L52–2/21, o wartości znamionowej 10 nF, skonstruowanego w ramach współpracy Politechniki Śląskiej z Głównym Urzędem Miar [14]. Wartości rzeczywiste wzorców 1482-L i L52–2/21 podano w pierwszej kolumnie Tabeli 1. Dla cewki wzorcowej wartość indukcyjności odpowiada konfiguracji trójprzewodowej, a niepewność jej wyznaczenia wynosi 0,01%. Wartość rezystancji cewki podano na świadectwie z niepewnością 0,05%. Wartość pojemności wzorca L52–2/21 została zmierzona w szwajcarskim Krajowym Instytucie Metrologicznym METAS w układzie czteroportowym z niepewnością 0,001%, natomiast wartość współczynnika strat dielektrycznych zmierzono z niepewnością 2×10^{-5}. Podczas eksperymentów wykonywanych w ramach niniejszej pracy wzorzec indukcyjności wyposażono w adapter czteroportowy skonstruowany w Głównym Urzędzie Miar w celu dostosowania połączeń wzorca do komparacji w układzie koncentrycznym czteroprzewodowym, charakterystycznym dla wykorzystywanego mostka próbkującego. Ze względu na relatywnie duży współczynnik temperaturowy wzorca indukcyjności własnej (rzędu 30 ppm/K) wzorzec indukcyjności umieszczono w termostacie skonstruowanym na Politechnice Śląskiej [15]. Pomiar polegał na wyznaczeniu wartości zespolonego stosunku napięć na mierzonej impedancji oraz szeregowo połączonym wzorcu rezystancji R_1 o bardzo małych parametrach resztkowych [14]. Dla komparacji z udziałem wzorca indukcyjności wykorzystano wzorzec Vishay HZ o parametrach: R_1=999,9940 Ω, τ=-3 ns, natomiast wzorzec pojemności komparowano z rezystorem Vishay HZ o parametrach R_1=9,999867 kΩ, τ=5 ns. Porównywane impedancje były zasilane dwoma cyfrowymi źródłami napięcia sinusoidalnego opisanymi w pracy [5] o częstotliwości f = 1 kHz. Po zrównoważeniu mostka, napięcia na tych impedancjach były próbkowane synchronicznie przez dwa 24-bitowe tory przetwarzania analogowo-cyfrowego, zawarte w module NI PXI-4461, z częstotliwością 100,50 kHz. Wartości składowych impedancji uzyskano jako średnią z serii 10 pomiarów, zawierających po N=2001 próbek, co spełnia warunek koherentnego próbkowania. Wyniki otrzymane zaproponowanym zmodyfikowanym algorytmem m3pSF porównano z obliczonymi algorytmem FFT i zestawiono w tabeli 1. Dodatkowo zamieszczono tutaj również wyniki uwzględniające korekcję przesunięcia fazowego związanego ze stałą czasową τ wzorca rezystancji R_1.

Tabela 1. Wyniki pomiarów składowych impedancji wzorca indukcyjności i pojemności

Impedancja	Wyniki pomiarów		
	FFT	m3pSF	m3pSF korekcja τ
$Z_2=R_2+j\omega L_2$ R_2=84,93 Ω L_2=100,027 mH	84,917 Ω 100,03114 mH	84,917 Ω 100,03114 mH	84,921 Ω 100,03105 mH
$Y_2=G_2+j\omega C_2$ C_2=10,000531 nF tanδ=3,5x10^{-5}	10,001265 nF 5,1x10^{-6}	10,001265 nF 5,1x10^{-6}	10,001285 nF 4,8x10^{-6}

Wyniki pomiarów składowych dominujących badanych wzorców nie różnią się (w granicach niepewności, którą oszacowano na podstawie wyznaczonego odchylenia standardowego odpowiednio na poziomie 0,11 mH oraz 0,8 pF) od wartości referencyjnych. Wartość rezystancji wzorca indukcyjności również mieści się w granicach niepewności wzorca (odchylenie standardowe wynosiło 0,02 Ω). Dla wzorca indukcyjności różnice w wartości indukcyjności między wartością referencyjną i otrzymaną z pomiarów wynikają z innego, trójprzewodowego modelu przyjętego przez laboratorium odniesienia. Ponadto dla obu składowych wzorców L i C różnice w wartościach mogą być wynikiem różnych wzmocnień kanałów digitizera. Różnice te są szczególnie widoczne dla współczynnika strat dielektrycznych tanδ. W tym przypadku składowa kątowa błędu digitizera może przekraczać wartość kąta δ. Na otrzymane wyniki wpływa ponadto nieliniowość charakterystyk przetwarzania digitizera [16], [17]. Zauważalny jest jednak wpływ korekcji stałej czasowej wzorca rezystancji na uzyskane wyniki. Wartości składowych wzorca pojemności obliczone ze wzoru (18) nie odbiegały od uzyskanych pozostałymi algorytmami.

Podsumowanie

Uzyskane wyniki pomiarów potwierdziły możliwość wykorzystania proponowanych modyfikacji algorytmu dopasowania do sinusa do bezpośredniego wyznaczenia składowych zespolonego stosunku napięć, w szczególności w układach do pomiaru składowych impedancji. Ze względu na błędy wzmocnienia kanałów digitizera, uzyskane wyniki nie różnią się od wyznaczonych standardowym algorytmem FFT. Dalsze badania będą ukierunkowane na zmniejszenie wpływu tego błędu poprzez wykorzystanie metody przełączania kanałów [9]. W kolejnym etapie badań, zwiększenie dokładności pomiaru tangensa kąta stratności może być uzyskane przez zastosowanie metody obrotu składowych I oraz Q napięcia $\mathbf{u}_2$ o kąt zapewniający wyrównanie wartości współczynników wektora parametrów $\mathbf{s}_{1m}$.

Przyjęto: 13.08.2025, **zaakceptowano**: .19.08.2025,
opublikowano: 29.08.2025

LITERATURA

[1] Overney F., Lüönd F., and Jeanneret B., Broadband fully automated digitally assisted coaxial bridge for high accuracy impedance ratio measurements, *Metrologia*, 53 (2016), No. 3, 918 – 926

[2] Maslan S, Sira M., Zachovalova V. N., and Streit J., Digital Sampling Setup for Measurement of Complex Voltage Ratio, *IEEE Trans. Instrum. Meas*., 66 (2017), No. 6, 1355–1363

[3] Rybski R., Kaczmarek J., and Kozioł M., A High-Resolution PXI Digitizer for a Low-Value-Resistor Calibration System, *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 62 (2013), No. 6, 1783–1788.

[4] Kučera J., Kováč J., Palafox L., Behr R., Vojáčková L., Characterization of a precision modular sinewave generator, *Meas. Sci. Technol*., Vol. 31, Issue 6, 2020, doi: 10.1088/1361–6501/ab6f2e.

[5] Kampik M.,. Musioł K., Investigations of the high-performance source of digitally synthesized sinusoidal voltage for primary impedance metrology, *Measurement*, vol. 168, 2021.

[6] Konjevod J., Malarić R., Jurčević M., Mostarac P., Dadić M., Comparison of Digitizers for High-Precision Sampling Power Meters, *IEEE Trans. Instrum.Meas.*, vol. 69, no. 6, pp. 3719–3728, June 2020.

[7] Ramos M, Janeiro F. M. Radil T., Comparison of impedance measurements in a DSP using ellipse-fit and seven-parameter sine-fit algorithms, *Measurement*, 42 (2009), No. 9, 1370–1379, doi: 10.1016/j.measurement.2009.05.005

[8] Augustyn J., Kampik M., Musioł K., Improved Sine-Fitting Algorithms for Measurements of Complex Ratio of AC Voltages by Asynchronous Sequential Sampling, *IEEE Trans. Instrum. Meas*., 68 (2019), No. 6, 1659–1665, doi: 10.1109/TIM.2018.2875901.

[9] Augustyn J., Kampik M., Musioł K., Investigation of Selected Reconstruction Algorithms Used for Determination of Complex Ratio of AC Voltages, *IEEE Trans. Instrum. Meas*., 70 (2021), No. 1503209, 1–9, doi: 10.1109/TIM.2021.3071233.

[10] Augustyn J., Kampik M., Musioł K., On determination of the complex voltage ratio using the ellipse-fitting algorithm in the case of an ill-conditioned scattering matrix, *Measurement*, Volume 216, 15 July 2023

[11] Kibble, B.P., Four terminal-pair to anything else! *IEE Colloquium on Interconnections from DC to Microwaves* (Ref. No. 1999/019), London, UK, 1999.

[12] Musioł K., Kampik M., Development of four-terminal pair sampling-based digital impedance bridge, *Metrology and Measurement Systems*, 2025, vol. 32, nr 1, s.1–9.

[13] Musioł K., Kampik, M., Ziółek A. Jursza, J., Experiences with a new sampling-based four-terminal-pair digital impedance bridge. *Measurement*, 2022, Volume 205, 112159.

[14] Musioł K., Koszarny M., Kampik M., Kubiczek K., Ziółek A., Jursza J., A new impedance metrology infrastructure at GUM, In *Proceedings of 25th IMEKO TC-4 International Symposium on Measurement of Electrical Quantities*, Brescia, Italy, 12–14 September 2022.

[15] Musioł K., Kampik M., Rybski R., Kaczmarek J., Kozioł M., Ziółek A., Jursza J., Koszarny M., Zawadzki P., Temperature dependence of the new calibration infrastructure for impedance metrology, *Energies*, June 2025, 18 (12), 3018.

[16] Kampik M., Kubiczek K., Musioł K., Linearity measurement of digitizers used in sampling-based digital impedance bridges by the method of permuting capacitors, *Metrology&Hallmark,* 2024, nr 1, pp.1–9.

[17] Musioł K., Experimental study of digitizers used in high-precision impedance measurements, *Energies*, 2022, vol. 15, nr 11, s.1–10.