PRZEGLĄD ELEKTROTECHNICZNY

OPEN ACCESS

Kacper CHOJKOWSKI[1], Krzysztof KLUSZCZYŃSKI[2], Tomasz MAKOWSKI[3]
ORCID: [1]0009-0001-9480-1647, [2]0000-0002-3685-3756, [3]0000-0002-3018-8775
DOI: 10.15199/48.2025.11.15

Analiza i badania symulacyjne wyrzutni elektromagnetycznej z pociskami wykonanymi z magnesów trwałych

Analytical and simulation study of an electromagnetic launcher with permanent magnet projectiles

[1] mgr inż. Kacper Chojkowski, Politechnika Krakowska, Wydział Inżynierii Elektrycznej i Komputerowej, ul. Warszawska 24, 31-155 Kraków, e-mail: kacper.chojkowski@doktorant.pk.edu.pl
[2] prof. dr hab. inż. Krzysztof Kluszczyński, Politechnika Krakowska, Wydział Inżynierii Elektrycznej i Komputerowej, ul. Warszawska 24, 31-155 Kraków, e-mail: krzysztof.kluszczynski@pk.edu.pl
[3] dr inż. Tomasz Makowski, Politechnika Krakowska, Wydział Inżynierii Elektrycznej i Komputerowej, ul. Warszawska 24, 31-155 Kraków, e-mail: tomasz.makowski@pk.edu.pl

Adres do korespondencji: kacper.chojkowski@doktorant.pk.edu.pl

Streszczenie: Opisano strukturę cewkowej wyrzutni elektromagnetycznej z pociskami wykonanymi z magnesów trwałych. Sformułowano model matematyczny takiej wyrzutni w postaci układu równań równowagi napięciowo-prądowej dla cewki wzbudzenia i równania równowagi mechanicznej dla pocisku oraz przedstawiono metodę jego rozwiązania przy wykorzystaniu zmodyfikowanych funkcji Klossa. Zbudowano laboratoryjny prototyp wyrzutni i dokonano weryfikacji pomiarowej opracowanego modelu matematycznego.

Słowa kluczowe: budowa wyrzutni elektromagnetycznej z magnesami trwałymi, model matematyczny wyrzutni z magnesami trwałymi, siła elektromagnetyczna pomiędzy cewką wzbudzenia a magnesem trwałym, badania symulacyjne wyrzutni elektromagnetycznych

Abstract: The structure of a coil-based electromagnetic launcher with projectiles made of permanent magnets was described. A mathematical model of such a launcher was formulated in the form of a system of voltage-current balance equations for the excitation coil and a mechanical equilibrium equation for the projectile. A method for solving the model using modified Kloss functions was also presented. A laboratory prototype of the launcher was built, and the developed mathematical model was experimentally validated.

Keywords: construction of an electromagnetic launcher with permanent magnets, mathematical model of a launcher with permanent magnets, electromagnetic force between the excitation coil and the permanent magnet, simulation studies of electromagnetic launchers

Wstęp

Wyrzutnie elektromagnetyczne są rodzajem liniowego przetwornika elektromechanicznego działającego w sposób impulsowy. Inne stosowane nazwy wyrzutni elektromagnetycznych (*ang. electromagnetic launcher, EML*) to: działa elektromagnetyczne, elektromagnetyczne układy miotające lub elektromagnetyczne akceleratory [10, 12]. Z punktu widzenia zasady działania, wyrzutnie elektromagnetyczne można podzielić na dwa główne typy: wyrzutnie elektromagnetyczne typu cewkowego (*ang. coil-gun*), w których pocisk jest wykonany z materiału ferromagnetycznego oraz wyrzutnie elektromagnetyczne typu szynowego (*ang. rail-gun*), w których pocisk wykonany jest z materiału o wysokiej przewodności elektrycznej, najczęściej miedzi. W ostatnich latach pojawiły się doniesienia o wyrzutniach elektromagnetycznych cewkowych jeszcze innego typu, w których pociski są wykonane z magnesów trwałych [4, 5, 25, 26]. We wszystkich wymienionych wyżej typach wyrzutni energia elektryczna potrzebna do rozpędzenia pocisku (wyzwalana impulsowo) jest gromadzona w magazynie energii, będącym najczęściej baterią kondensatorów lub też superkondensatorem.

Historia wyrzutni elektromagnetycznych obejmuje ponad sto dwadzieścia lat. Konstruktorem pierwszej wyrzutni elektromagnetycznej był norweski naukowiec Kristian Birkeland, który skonstruował

w 1901 roku wyrzutnię, złożoną z kilku cewek napędowych [9]. Zyskała ona miano działa Birkelanda (*ang. Birkeland-gun*). Stała się ona ważną inspiracją do podjęcia kolejnych prac badawczych w innych ośrodkach naukowych [17]. Do czasu wybuchu II wojny światowej zgłoszono ponad czterdzieści patentów związanych z różnymi rozwiązaniami elektromagnetycznych wyrzutni cewkowych [27]. Równolegle rozwijane były badania nad wyrzutniami typu szynowego. Inicjatorem tych badań był francuski inżynier Fauchon-Villeplee [11, 21]. Dalszy dynamiczny rozwój prac nad wyrzutniami elektromagnetycznymi miał miejsce po wybuchu II wojny światowej, co związane było z planami wprowadzenia na pole bitwy nowego systemu artyleryjskiego – potężnego działa elektromagnetycznego. Planów tych nie udało się zrealizować [21]. Po zakończeniu II wojny światowej zainteresowanie wyrzutniami elektromagnetycznymi nie wygasło. Badania były kontynuowane przez amerykańskiego inżyniera Richarda Marshalla, któremu udało się rozpędzić pocisk o masie 3 g do prędkości 6 km/s. Zapoczątkowało to prace nad możliwością wykorzystania wyrzutni elektromagnetycznych do wystrzeliwania obiektów kosmicznych [22].

Kolejny znaczący postęp w rozwoju wyrzutni elektromagnetycznych dokonał się dzięki dynamicznemu rozwojowi energoelektroniki i możliwością budowy zasilaczy impulsowych oraz przełączników dużej mocy. Podjęto wiele długoterminowych projektów badawczych, prowadzonych m.in. przez Defense Advanced Research Projects Agency DARPA oraz BEA Systems w Stanach Zjednoczonych [10, 13], a w ostatnim okresie czasu – również przez ośrodki badawcze w Chinach [19].

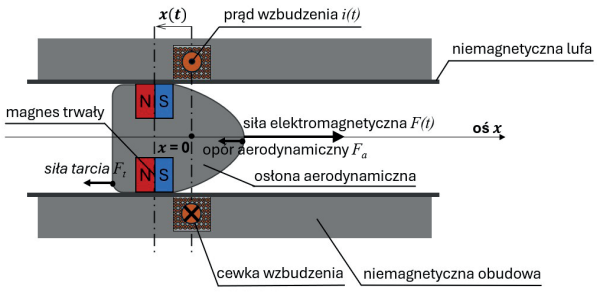
Na początku XXI wieku pojawiły się pierwsze doniesienia o wyrzutniach składających się z dwóch lub trzech modułów o różnych zasadach działania, opisywanych terminem wyrzutni hybrydowych [7, 14, 16, 23, 24]. W Polsce ważnym ośrodkiem akademickim specjalizującym się w tego typu rozwiązaniach była Katedra Mechatroniki na Wydziale Elektrycznym Politechniki Śląskiej w Gliwicach. Powstał tam prototyp trójmodułowej wyrzutni składającej się z trzech modułów: pneumatycznego, cewkowego i szynowego, który stał się podstawą do zrealizowania dwóch prac doktorskich [6, 18]. Aktualnie prace te są kontynuowane w Katedrze Infotroniki i Cyberbezpieczeństwa Politechniki Krakowskiej [20, 17, 25].

Niniejszy artykuł dotyczy wyrzutni elektromagnetycznych z pociskami wykonanymi z magnesów trwałych. Jak wspomniano, publikacje dotyczące tych rozwiązań są na razie w literaturze światowej nieliczne [4, 5, 25, 26]. Zaprezentowane przez autorów wyniki analiz teoretycznych oraz badań laboratoryjnych i symulacyjnych mają charakter badań podstawowych.

Zasadniczym celem pracy jest opracowanie nowego analitycznego modelu matematycznego wyrzutni elektromagnetycznej, wykorzystującego zmodyfikowane funkcje Klossa do opisu siły elektromagnetycznej, działającej na pocisk oraz siły elektromotorycznej ruchu, indukowanej w cewce wzbudzenia przez poruszający się magnes trwały. Na podstawie opracowanego modelu zostanie zrealizowany program badań symulacyjnych, pozwalający na sklasyfikowanie różnych możliwych przypadków pracy wyrzutni elektromagnetycznej.

Struktura cewkowej wyrzutni elektromagnetycznej z pociskami wykonanymi z magnesów trwałych

Schemat ideowy wyrzutni jest przedstawiony na rysunku 1. Przyjęty aerodynamiczny kształt pocisku ogranicza wpływ oporu powietrza na jego przemieszczanie się, zarówno w lufie, jak i poza nią. W pocisku, wykonanym z lekkiego materiału niemagnetycznego, jest umieszczony wysokoenergetyczny magnes trwały. Pocisk porusza się w lufie o przekroju kołowym. Na lufie w części centralnej umiejscowiona jest cewka wzbudzenia nawinięta wielowarstwowo. W literaturze poświęconej analizie i wyznaczeniu optymalnych proporcji cewki wzbudzenia zaleca się, aby długość magnesu trwałego T_C była równa długości cewki wzbudzenia L_C: $T_C = L_C$ [15]. Ze względów konstrukcyjnych lufa oraz cewka wzbudzenia powinny być umieszczone w niemagnetycznej obudowie.

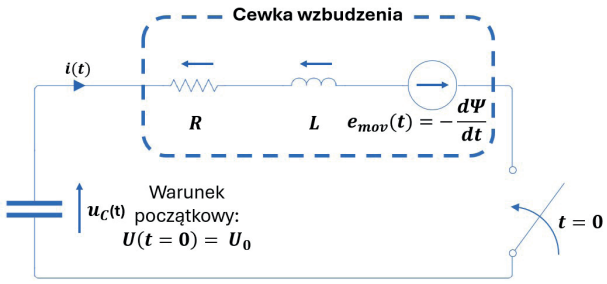


Rys. 1. Schemat ideowy wyrzutni elektromagnetycznej z pociskami wykonanymi z magnesów trwałych

Źródłem zasilania cewki jest naładowany kondensator o pojemności C. Schemat elektryczny obwodu zasilania cewki wzbudzenia jest przedstawiony na rysunku 2. Rezystancję i indukcyjność własną cewki oznaczono odpowiednio przez R i L. Przed wystrzałem kondensator musi być naładowany do napięcia $U_{(t=0)} = U_0$. Napięcie to stanowi warunek początkowy dla kondensatora. Po zamknięciu obwodu

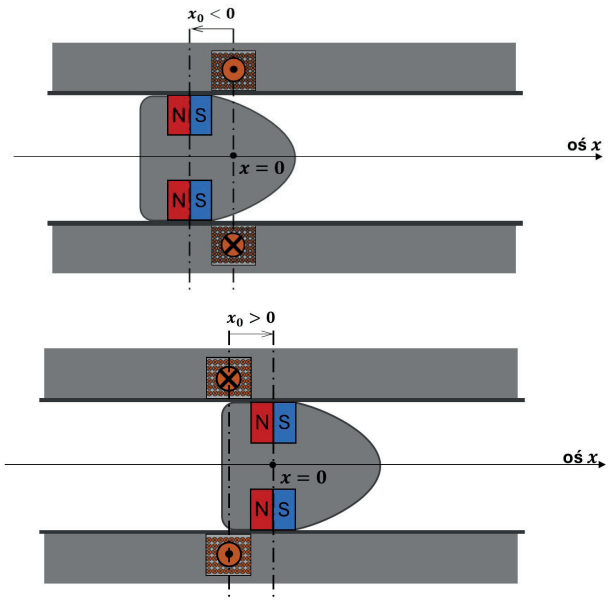
zasilania cewki wzbudzenia, w chwili $t = 0$, następuje proces gwałtownego rozładowania kondensatora, związany z przepływem przez cewkę prądu wzbudzenia $i(t)$ i stopniowym spadkiem napięcia $u_c(t)$ na kondensatorze. Siła elektromagnetyczna $F(t)$, działająca na pocisk, jest wynikiem oddziaływania pola magnetycznego wytwarzanego przez cewkę wzbudzenia zasilaną prądem $i(t)$ z polem magnetycznym magnesu trwałego umieszczonego w pocisku. Ruchowi pocisku towarzyszy indukowanie się w cewce wzbudzenia siły elektromotorycznej ruchu $e_{mov}(t)$, będącej pochodną strumienia skojarzonego, wytworzonego przez magnes trwały i sprzęgającego się z cewką wzbudzenia $\Psi(x)$:

(1) $$e_{mov} = -\frac{d\psi(x)}{dt}$$



Rys. 2. Schemat elektryczny obwodu zasilania jednocewkowej wyrzutni elektromagnetycznej

Położenie pocisku w lufie określa współrzędna x. Początek osi x ($x = 0$) znajduje się w punkcie środkowym cewki wzbudzenia. Współrzędna x jest mierzona od punktu środkowego cewki wzbudzenia ($x = 0$) do punktu środkowego magnesu trwałego wzdłuż osi x tak, jak to zostało pokazane na rysunku 3.



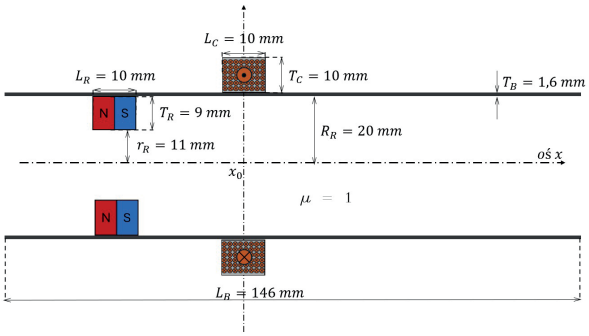
Rys. 3. Położenie pocisku a) przed środkiem cewki, b) za środkiem cewki wzbudzenia

Jeśli pocisk w chwili początkowej znajdował się przed środkiem cewki wzbudzenia ($x < 0$), jak pokazano na rysunku 3a, to jest on wciągany do środka cewki do chwili, w której środek magnesu trwałego minie środek cewki wzbudzenia. Jeśli w tym momencie prąd wzbudzenia nie zostanie wyłączony, to wynikiem oddziaływania pola magnetycznego wytwarzanego przez cewkę wzbudzenia i pola magnetycznego magnesu trwałego, będzie powstanie siły hamującej. Jeśli w chwili początkowej (przy tej samej orientacji magnesu i odwrotnym kierunku przepływu prądu wzbudzenia), pocisk znajdzie się poza połową cewki wzbudzenia ($x > 0$), jak pokazano na rysunku 3b, to będzie on przez siłę elektromagnetyczną $F(t)$ odpychany (wypychany na zewnątrz). Jest to podstawowa różnica pomiędzy wyrzutnią z pociskami wykonanymi z magnesu trwałego, a wyrzutnią elektromagnetyczną z pociskami wykonanymi z ferromagnetyka. W tym drugim przypadku nie jest możliwe wypychanie pocisku na zewnątrz (powstająca w tej wyrzutni siła reluktancyjna, niezależnie od kierunku przepływu prądu, będzie zawsze starała się wciągnąć pocisk do środka cewki wzbudzenia).

Prototyp małoskalowej wyrzutni elektromagnetycznej z magnesami trwałymi

Zbudowano laboratoryjny prototyp wyrzutni elektromagnetycznej z pociskami z magnesów trwałych o wymiarach, uwidocznionych na rysunku 4. Przyjęto magnes trwały o przekroju pierścieniowym, co pozwoliło na zmniejszenie masy pocisku. Istotne z punktu widzenia obliczeń elektromagnetycznych wymiary to: długość magnesu trwałego $L_R = 10$ mm, wysokość magnesu trwałego $T_R = 9$ mm, promień zewnętrzny magnesu trwałego $R_R = 40$ mm, promień wewnętrzny magnesu trwałego $r_R = 22$ mm, długość cewki wzbudzenia $L_C = 10$ mm, wysokość cewki wzbudzenia $T_C = 10$ mm, promień zewnętrzny cewki wzbudzenia $R_C = 53{,}2$ mm, promień wewnętrzny cewki wzbudzenia $r_C = 43{,}2$ mm i grubość ścianki lufy $T_B = 1{,}6$ mm. Lufa została wykonana z niemagnetycznego materiału typu iglidur A180 (teflonu, o masie właściwej wynoszącej 1,46 g/cm^3), charakteryzującego się niewielkim współczynnikiem tarcia ślizgowego (pomiędzy teflonem i stalą współczynnik ten mieści się w przedziale: $m = 0{,}05 – 0{,}23$). Jej długość jest równa $L_B = 146$ mm. Wysokoenergetyczny magnes trwały jest wykonany z materiału o symbolu N38 (dla którego indukcja magnetyczna remanentu B_r wynosi $B_r = 1{,}21 – 1{,}25$ T, zaś natężenie pola magnetycznego koercji $H_C = 899$ kA/m – 955 kA/m).

Uzwojenie wzbudzenia posiada liczbę zwojów 566. Nawinięte jest wielowarstwowo izolowanym przewodem AWG 26 (*American wire gauge*) o średnicy 0,4 mm i współczynniku zapełnienia 74%. Maksymalny prąd wzbudzenia I_{max} (wartość ustalona, długotrwała) wynosi 0,7 A. Przyjęta wartość wynika z ograniczeń związanych z pracą ciągłą sterownika, natomiast krótkotrwałe przekroczenia tego poziomu nie stwarza niebezpieczeństwa jego uszkodzenia. Lufa oraz cewka wzbudzenia są umieszczone w niemagnetycznej obudowie wykonanej z polimeru [1, 2, 3].



Rys. 4. Oznaczenia i przyjęte wymiary geometryczne w zbudowanym prototypie wyrzutni elektromagnetycznej

W pracach [1, 2, 3] dla modułu „cewka wzbudzenia – magnes trwały" o wymiarach, jak na rysunku 4, zostały przeprowadzone obliczenia polowe w programie FEMM 4.2 i na ich podstawie wyznaczono dyskretną funkcję siły elektromagnetycznej w funkcji położenia magnesu trwałego. W kolejnym etapie wykazano, że przebieg tejże funkcji można aproksymować przy pomocy zmodyfikowanej funkcji Klossa. Dla rozważanego przypadku „uzwojenie wzbudzenia – pocisk" o wymiarach geometrycznych podanych na rysunku 4, siła elektromagnetyczna *F(x,t)*, działająca pomiędzy cewką wzbudzenia zasilaną prądem *i(t)* (maksymalny prąd wzbudzenia cewki wynosi I_{max}), a magnesem trwałym, opisana z wykorzystaniem zmodyfikowanej funkcji Klossa, przyjęła postać:

(2) $$F(x,t) = \frac{i(t)}{I_{max}} \cdot \left(\frac{M' \cdot x(t)}{(S' + x^2(t))^2}\right),$$

gdzie: *M'*, *S'* – współczynniki funkcji Klossa dla siły elektromagnetycznej *F(x)*,
zaś siła elektromotoryczna ruchu $e_{mov}(t)$ indukowana w cewce wzbudzenia przez poruszający się magnes trwały – postać:

(3) $$e_{mov}(t) = -\frac{d}{dt} \cdot \left(\frac{M''}{2 \cdot (S'' + x^2(t))}\right),$$

gdzie: *M''*, *S''* – współczynniki funkcji Klossa dla siły elektromotorycznej ruchu $e_{mov}(t)$.

Model matematyczny cewkowej wyrzutni elektromagnetycznej z pociskiem wykonanym z magnesu trwałego

Model matematyczny cewkowej wyrzutni elektromagnetycznej z pociskiem wykonanym z magnesu trwałego jest układem równań różniczkowych, złożonym z równania równowagi napięciowo-prądowej dla cewki wzbudzenia:

(4) $$u_C(t) = R \cdot i(t) + L\frac{di}{dt} - e_{mov}(t),$$

(5) $$u_c(t) = \frac{1}{C}\int i(t)dt,$$

(6) $$e_{mov}(t) = -\frac{d\psi(x)}{dt},$$

przy warunku początkowym dla napięcia na kondensatorze:

(7) $$u_C(t = 0) = U_0,$$

gdzie:
$u_c(t)$ – wartość chwilowa napięcia na kondensatorze (zastrzałkowana źródłowo),
i(t) – wartość chwilowa prądu w obwodzie zasilania cewki wzbudzenia,
$e_{mov}(t)$ – siła elektromotoryczna ruchu indukowana w cewce wzbudzenia przez poruszający się magnes trwały (zastrzałkowana źródłowo),
Ψ(x) – strumień magnetyczny wytworzony przez magnes trwały i skojarzony z cewką wzbudzenia,
L – indukcyjność cewki wzbudzenia,
R – rezystancja cewki wzbudzenia,
oraz równania równowagi mechanicznej dla pocisku:

(8) $$(m + m_0)\frac{d^2x}{dt^2} = F(t) - F_a - F_t,$$

przy warunkach początkowych dla położenia pocisku oraz jego prędkości:

(9) $$x(t = 0) = x_0,$$

(10) $$\frac{dx}{dt} = v(t = 0) = v_0,$$

gdzie:
m – masa pocisku,
m_0 – masa osłony aero-dynamicznej,
F(t) – siła elektromagnetyczna działająca na pocisk, będąca wynikiem oddziaływania pola magnetycznego wytwo-

rzonego przez uzwojenie wzbudzenia i pola magnetycznego magnesu trwałego,
F_t – siła tarcia pomiędzy pociskiem, a wewnętrzną powierzchnią lufy wyrzutni elektromagnetycznej,
F_a – siła oporu aerodynamicznego związana z kształtem pocisku.

Powyższy układ równań można sprowadzić do postaci kanonicznej:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{1}{m+m_0}\cdot(F(t) - F_a - F_t), \tag{11}$$

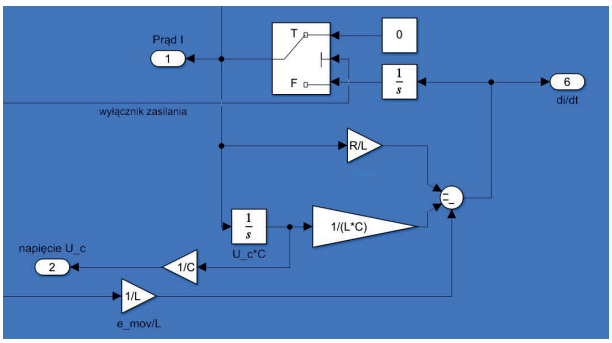
$$\frac{di}{dt} = -\frac{R}{L}i(t) + \frac{1}{L\cdot C}\int i\,dt + \frac{1}{L}\cdot e_{mov}(t). \tag{12}$$

Układ ten został rozwiązywany metodą opisaną szczegółowo w [1, 2, 3], bazującą na aproksymacji zależności: siły elektromagnetycznej *F(t)* oraz siły elektromotorycznej ruchu $e_{mov}(t)$ indukowanej w cewce wzbudzenia w zależności od położenia pocisku przy pomocy zmodyfikowanych funkcji Klossa. Funkcje te mają postać, opisaną wzorami (2) i (3). Po ich wstawieniu do równań (11) i (12), otrzymujemy model matematyczny dla zbudowanego prototypu wyrzutni elektromagnetycznej z magnesem trwałym o następującej postaci:

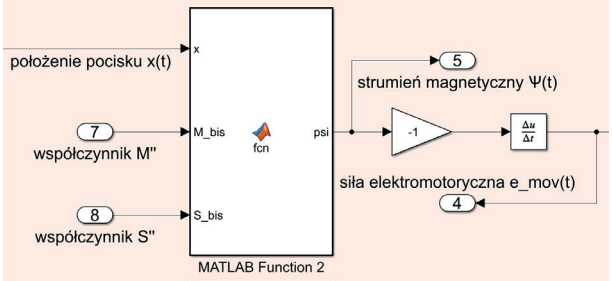
$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{1}{m+m_0}\cdot\left(\frac{i(t)}{I_{max}}\cdot\left(\frac{M'\cdot x(t)}{(S'+x^2(t))^2}\right) - F_a - F_t\right), \tag{13}$$

$$\frac{di}{dt} = -\frac{R}{L}i(t) + \frac{1}{L\cdot C}\int i\,dt - \frac{1}{L}\cdot\frac{d}{dt}\cdot\left(\frac{M''}{2\cdot(S''+x^2(t))}\right). \tag{14}$$

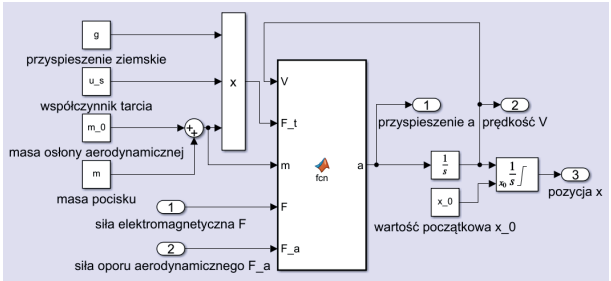
Powyższy układ równań różniczkowych zaimplementowano w środowisku MATLAB/Simulink. Sposób implementacji równania równowagi napięciowo-prądowej przedstawiono na rysunkach 5 i 6, zaś sposób implementacji równania równowagi mechanicznej – na rysunkach 7 i 8.



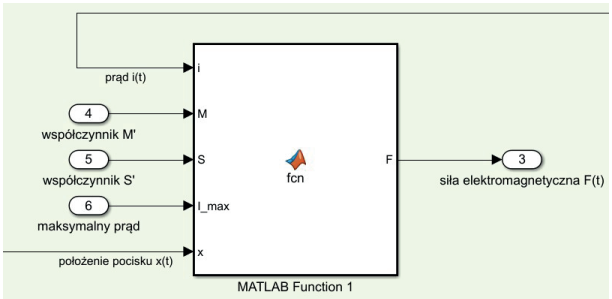
Rys. 5. Implementacja równania równowagi napięciowo-prądowej dla cewki wzbudzenia (równanie (14))



Rys. 6. Implementacja wyrażenia na siłę elektromotoryczną ruchu $e_{mov}(t)$, bazująca na zmodyfikowanej funkcji Klossa ze współczynnikami *M''* i *S''* (równanie (3))



Rys. 7. Implementacja równania mechanicznego pocisku (równanie (11))



Rys. 8. Implementacja wyrażenia na siłę elektromagnetyczną *F(t)*, bazująca na zmodyfikowanej funkcji Klossa ze współczynnikami *M'* i *S'* (równanie (2))

Po uruchomieniu programu komputerowego dokonano jego sprawdzenia, porównując wyniki otrzymane na podstawie równań (13) i (14) (zaimplementowanych w środowisku MATLAB/Simulink, zgodnie z rysunkami 5-8) dla dwóch przypadków:

(15) przypadek A: m0 → ∞ (przyjęto m0 = 106 kg)

(16) przypadek B: x0 → -∞ (przyjęto x0 = -106 m)

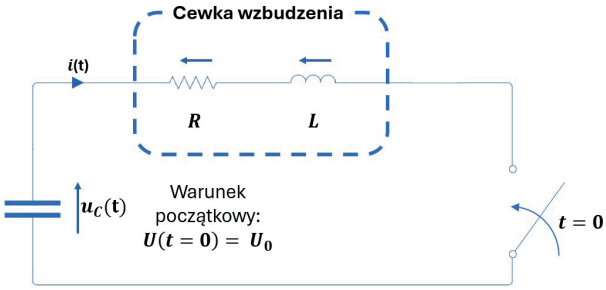
z wynikami, otrzymanymi na podstawie klasycznego obwodu elektrycznego typu RLC, przedstawionego na rysunku 9 i opisanego równaniem równowagi napięciowo-prądowej:

$$u_C(t) = R\cdot i(t) + L\frac{di}{dt}, \tag{17}$$

(18) $$u_c(t) = \frac{1}{C}\int i(t)dt,$$

przy warunku początkowym dla napięcia na kondensatorze:

(19) $$u_C(t = 0) = U_0.$$



Rys. 9. Schemat obwodu elektrycznego typu RLC z warunkiem początkowym na kondensatorze U_0

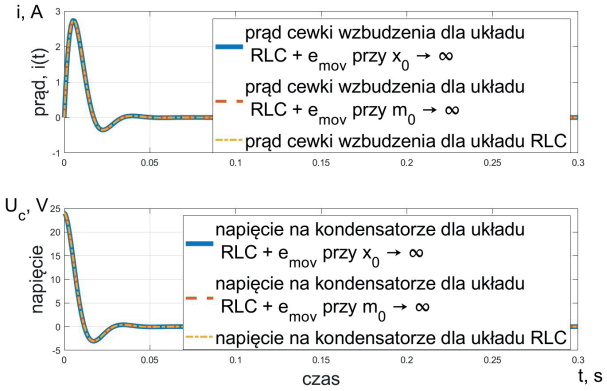
Wyniki obliczeń sprawdzających dla napięcia początkowego na kondensatorze $U_0 = 24$ V i dla parametrów obwodu elektrycznego: $R = 5\ \Omega$, $L = 20{,}89$ mH i $C = 620\ \mu$F, zestawiono razem na rysunku 10 (oznaczenie RLC odnosi się do równań (15) – (19), zaś oznaczenie RLC+e_{mov} – do równań (2)-(8)).

Pełna zgodność otrzymanych wyników (wykresy przedstawione na rysunku 10 pokrywają się), potwierdza poprawność otrzymanego modelu symulacyjnego.

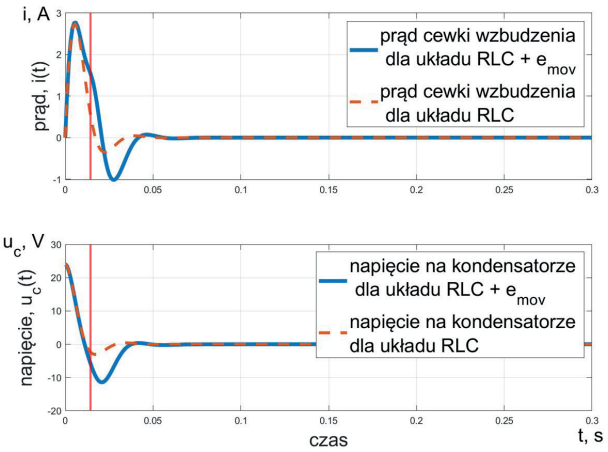
W kolejnym kroku postanowiono zbadać wpływ indukowanej siły elektromotorycznej $e_{mov}(t)$ na przebiegi prądu $i(t)$ i napięcia $U_c(t)$ w obwodzie elektrycznym typu RLC+e_{mov}. Przy tych samych wartościach parametrów dla dwóch możliwych charakterystycznych rozwiązań: przebieg prądu ma charakter oscylacyjny oraz przebieg prądu ma charakter aperiodyczny zestawiono przebiegi dla obwodu elektrycznego RLC z przebiegami dla obwodu RLC+e_{mov} odpowiednio na rysunkach 11 i 12. Na przebiegach tych pionową linią w kolorze czerwonym wyróżniono chwilę czasową, w której lewy kraniec magnesu trwałego mija koniec cewki wzbudzenia.

Przy przyjętych parametrach indukowana siła elektromotoryczna $e_{mov}(t)$ ma znaczący wpływ na przebieg prądu i napięcia przy rozwiązaniu o charakterze oscylacyjnym, zaś przy rozwiązaniu aperiodycznym – tylko na przebieg prądu.

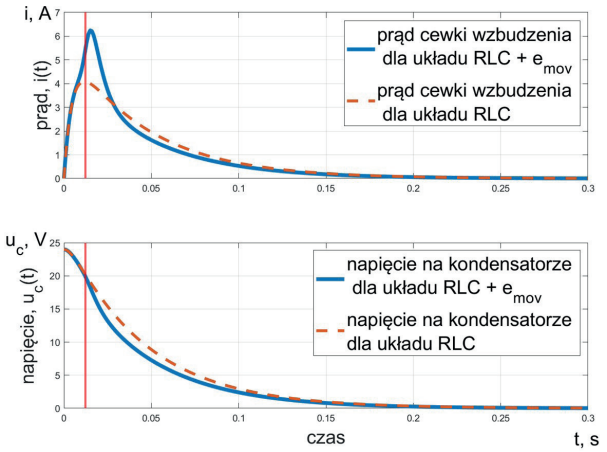
Po przeprowadzeniu badań wstępnych postanowiono dokonać weryfikacji pomiarowej opracowanego modelu symulacyjnego wyrzutni elektromagnetycznej z pociskami z magnesów trwałych na przykładzie zbudowanego laboratoryjnego prototypu wyrzutni. Prędkość wylotową pocisku przy napięciu początkowym na kondensatorze $U_0 = 24$ V i przy początkowym położeniu magnesu trwałego $x_0 = 1$ mm, wyznaczono w odległości 10 mm od końca lufy przy wykorzystaniu nagrania zarejestrowanego za pomocą szybkiej kamery smartfona Samsung Galaxy S20 FE, pracującej z pręd-



Rys. 10. Porównanie przebiegów wielkości elektrycznych wyznaczonych na podstawie modelu symulacyjnego (równania (13) i (14), rysunki 5-8) przy założeniach: $m_0 \to \infty$ (założenie (15)) i $x_0 \to -\infty$ (założenie (16)) oraz na podstawie modelu symulacyjnego dla obwodu elektrycznego typu RLC przy tym samym warunku początkowym dla napięcia na kondensatorze: $U_0 = 24$ V a) przebieg prądu cewki wzbudzenia $i(t)$, b) przebieg napięcia na kondensatorze $U_c(t)$



Rys. 11. Przebiegi prądu i napięcia dla rozwiązania o charakterze oscylacyjnym w obwodzie typu RLC+e_{mov}: $R = 5\ \Omega$, $L = 20{,}89$mH, $C = 1$ mF, $m = 65{,}71$ g, $m_0 = 4{,}2$, $U_0 = 24$ V, $x_0 = 1$ mm (linia ciągła) oraz w obwodzie typu RLC: $R = 5\ \Omega$, L = 20,89 mH, $C = 1$ mF, $U_0 = 24$ V (linia przerywana)



Rys. 12. Przebiegi prądu i napięcia dla rozwiązania o charakterze aperiodycznym w obwodzie typu RLC+e_{mov}: $R = 5\ \Omega$, $L = 20{,}89$mH, $C = 10$ mF, $m = 65{,}71$ g, $m_0 = 4{,}2$, $U_0 = 24$ V, $x_0 = 1$ mm (linia ciągła) oraz w obwodzie typu RLC: $R = 5\ \Omega$, L = 20,89 mH, $C = 10$ mF, $U_0 = 24$ V (linia przerywana)

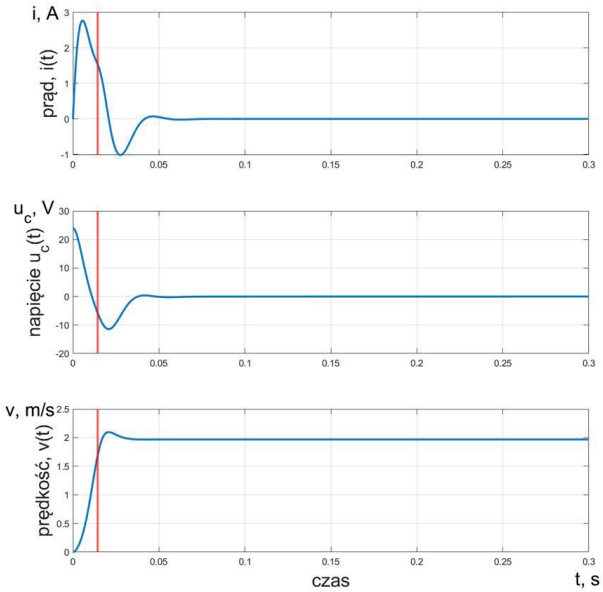
kością 240 klatek na sekundę. Zmierzona prędkość wyniosła 2,40 m/s, zaś prędkość wyznaczona na drodze symulacyjnej – 2,96 m/s. Pomiary powtórzono jeszcze wielokrotnie, zmieniając napięcie początkowe na kondensatorze oraz położenie początkowe pocisku. Błąd utrzymywał się cały czas na poziomie około 20%, co pozwala na stwierdzenie, że model symulacyjny wyrzutni elektromagnetycznej jest prawidłowy.

Badania symulacyjne różnych możliwości działania wyrzutni elektromagnetycznej

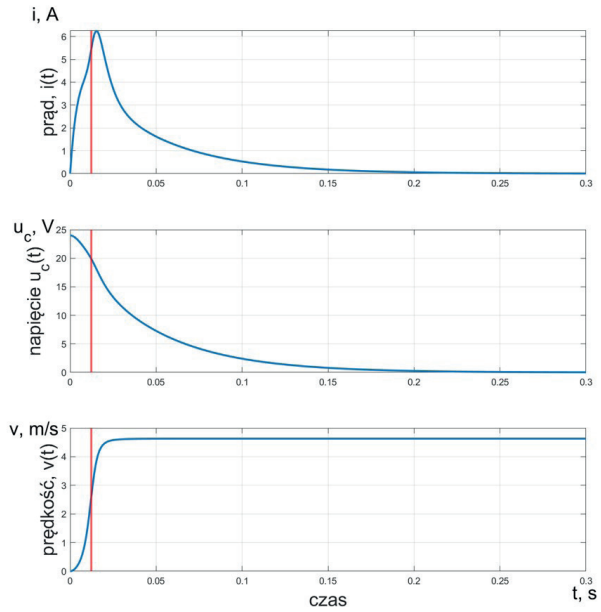
Opracowany model symulacyjny umożliwia wyznaczenie przebiegów czasowych następujących wielkości: przyspieszenia pocisku *a(t)*, prędkości pocisku *v(t)*, położenia pocisku *x(t)*, prądu cewki wzbudzenia *i(t)*, siły elektromagnetycznej *F(t)*, siły elektromotorycznej ruchu $e_{mov}(t)$ oraz napięcia na kondensatorze $u_c(t)$.

W pierwszej kolejności poddano badaniom symulacyjnym wyrzutnię elektromagnetyczną, pracującą w trybie odpychania pocisku z lufy. Przeprowadzone badania symulacyjne dla różnych wartości początkowych x_0, potwierdziły przewidywania, że największą prędkość wylotową będzie się uzyskiwało dla początkowego położenia pocisku x_0, nieznacznie przekraczającego połowę długości cewki wzbudzenia. W przypadku analizowanego prototypu wyrzutni wartość ta wyniosła x_0 = 1 mm. Dla parametrów elektrycznych: C = 1 mF (dla tej wartości pojemności przebieg prądu jest oscylacyjny) i C = 10 mF (dla tej wartości pojemności przebieg prądu jest aperiodyczny), R = 5 Ω, L = 20,89 mH, i parametrów mechanicznych m = 65,71 g, m_0 = 4,2 g, F_t = 0, F_a = 0, S' = 172, M'= -34387, M'' = 52,2, S"= 181,6 oraz dla warunków początkowych: napięcia na kondensatorze U_0 = 24 V i położenia początkowego x_0 = 1 mm (wyrzutnia pracująca w trybie odpychania) otrzymano przebiegi prądu cewki wzbudzenia *i(t)*, napięcia na kondensatorze *u(t)* i prędkości pocisku *v(t)*, przedstawione na rysunku 13 (przebieg o charakterze aperiodycznym przy pojemności C = 10mF) oraz na rysunku 14 (przebieg o charakterze periodycznym dla pojemności C =1mF). Podobnie jak na rysunku 11 i rysunku 12, na przebiegach tych pionową linią w kolorze czerwonym wyróżniono chwilę czasową, w której lewy kraniec magnesu trwałego mija koniec cewki wzbudzenia.

W pierwszym przypadku maksymalna wartość prądu wyniosła 6,1 A, a prędkość wylotowa pocisku była równa 4,7 m/s, zaś w przypadku drugim prąd maksymalny osiągnął wartość 2,8 A, a prędkość końcowa – 2 m/s. Na rysunku 14 (odnoszącym się do przebiegu prądu o charakterze aperiodycznym) kierunek przepływu prądu wzbudzenia nie zmienia się (przebieg dąży aperiodycznie do zera), wskutek czego na pocisk działa cały czas (nawet po opuszczeniu przez niego lufy) siła odpychająca. Na rysunku 13 (odnoszącym się do przebiegu prądu o charakterze periodycznym) prąd zmienia kierunek, ale ta zmiana kierunku następuje w chwili czasowej, w której lewy kraniec magnesu trwałego znajduje się już poza prawym krańcem cewki, w skutek czego działanie siły hamującej na pocisk jest nieznaczne, powodując niewielką utratę prędkości.



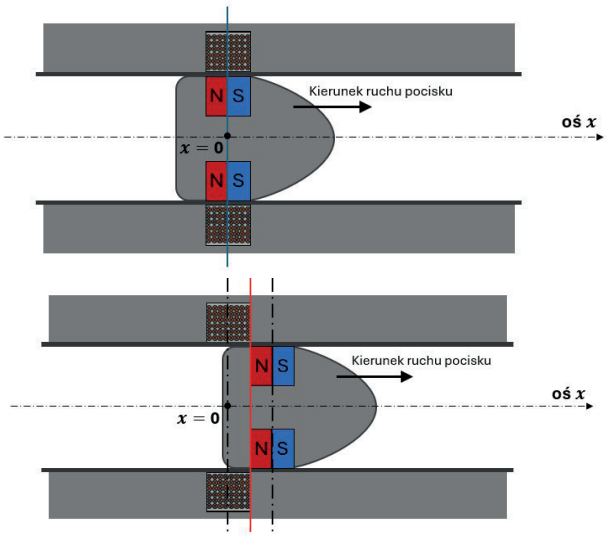
Rys. 13. Przebiegi prądu, napięcia i prędkości dla rozwiązania o charakterze periodycznym (oscylacyjnym) w obwodzie typu RLC+$_{mov}$: R = 5 Ω, L = 20,89mH. C= 1 mF, m = 65,71 g, m_0 = 4,2, U_0 = 24 V, x_0 = 1 mm



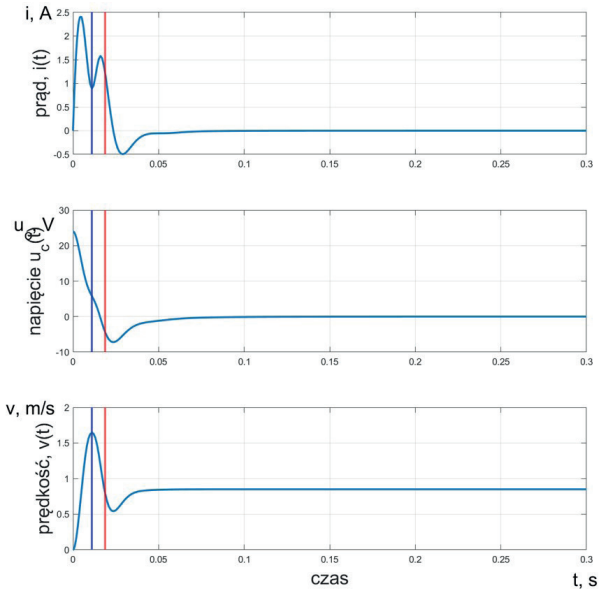
Rys. 14. Przebiegi prądu, napięcia i prędkości dla rozwiązania o charakterze aperiodycznym w obwodzie typu RLC+e_{mov}: R = 5 Ω, L = 20,89mH. C = 10 mF, m = 65,71 g, m_0 = 4,2 g, U_0 = 24 V, x_0 = 1 mm

Oba przypadki pokazują bardzo ważną zaletę wyrzutni elektromagnetycznych z magnesami trwałymi pracującymi w trybie odpychania, a mianowicie to, że nie zachodzi w nich konieczność wyłączania obwodu cewki wzbudzenia dla wyeliminowania oddziaływania siły hamującej. W przypadku wyrzutni z pociskami ferromagnetycznymi wyłączanie prądu jest niezbędne, a to wiąże się zarówno z istotnymi trudnościami technicznymi, jak też i niebezpieczeństwem wystąpienia bardzo dużych przepięć. Uniknięcie gwałtownego rozłączania prądu będzie istotną zaletą w zastosowaniach militarnych wyrzutni elektromagnetycznych, albowiem przerywaniu prądu towarzyszy łuk elektryczny wywołujący efekty świetlne.

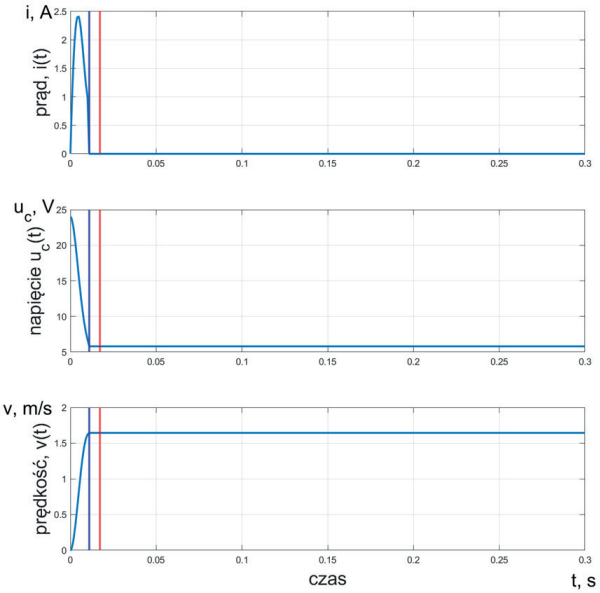
W kolejnym kroku poddano badaniom wyrzutnię elektromagnetyczną pracującą w trybie przyciągania pocisku. Rozważono przypadek przebiegu prądu cewki wzbudzenia *i(t)* o charakterze periodycznym. Przeprowadzono dwie symulacje: pierwszą, przy założeniu, że prąd cewki wzbudzenia nie jest przerywany po minięciu przez pocisk środka cewki wzbudzenia oraz drugą – że jest przerywany. Wyniki symulacji dla obu powyższych przypadków dla parametrów elektrycznych: C = 1 mF, R = 5 Ω, L = 20,89 mH, i parametrów mechanicznych m = 65,71 g, m_0 = 4,2 g dla warunku początkowego na kondensatorze U_0 = 24 V oraz dla położenia początkowego x_0 = -10 mm (wyrzutnia pracująca w trybie przyciągania) przedstawiono odpowiednio na rysunkach 16 i 17. Podobnie, jak to uczyniono na rysunkach 13 i 14, na wszystkich przebiegach pionową linią w kolorze czerwonym wyróżniono chwilę czasową, w której lewy kraniec magnesu trwałego mija koniec cewki wzbudzenia, zaś linią w kolorze niebieskim – chwilę, w której pocisk mija



Rys. 15. Charakterystyczne położenia pocisku wewnątrz lufy a) chwila czasowa, w której środek pocisku mija środek cewki wzbudzenia (linia niebieska), b) chwila czasowa, w której lewy kraniec magnesu trwałego mija prawy kraniec cewki wzbudzenia (linia czerwona)



Rys. 16. Przebiegi prądu, napięcia i prędkości dla rozwiązania o charakterze aperiodycznym w obwodzie typu RLC+$_{mov}$: R = 5 Ω, L = 20,89mH, C = 1 mF, m = 65,71 g, m_0 = 4,2, U_0 = 24 V, x_0 = -10 mm



Rys. 17. Przebiegi prądu, napięcia i prędkości dla rozwiązania o charakterze aperiodycznym w obwodzie typu RLC+e_{mov}: R = 5 Ω, L = 20,89mH, C = 1 mF, m = 65,71 g, m_0 = 4,2, U_0 = 24 V, x_0 = -10 mm

środek cewki wzbudzenia. Te dwa charakterystyczne położenia pocisku, odpowiadające dwóm wyróżnionym chwilą, pokazano odpowiednio na rysunku 15a i rysunku 15b.

Otrzymane wyniki w sposób dobitny wskazują na konieczność wyłączenia prądu wzbudzenia po minięciu przez pocisk środka cewki wzbudzenia. Przy wyłączeniu prądu wzbudzenia pocisk osiągnął prędkość 1,7 m/s, zaś przy założeniu, że prąd cewki nie jest wyłączany, prędkość wylotowa wyniosła znacznie mniej, zaledwie 0,8 m/s. Jak pokazano na rysunku 16, tak niska wartość prędkości wylotowej jest skutkiem dzia-

łania siły hamującej w trakcie przelotu pocisku przez drugą połowę cewki wzbudzenia.

Podsumowanie

Opisano strukturę cewkowej wyrzutni elektromagnetycznej z pociskami wykonanymi z magnesów trwałych. Wskazano na istotne różnice w budowie i działaniu wyrzutni z pociskami ferromagnetycznymi, a wyrzutni z pociskami wykonanymi z magnesów trwałych. Przedstawiono opis techniczny zbudowanego laboratoryjnego małoskalowego prototypu wyrzutni elektromagnetycznej. Sformułowano model matematyczny cewkowej wyrzutni elektromagnetycznej z pociskami z magnesów trwałych w postaci układu równań równowagi napięciowo-prądowej dla cewki wzbudzenia oraz równania równowagi mechanicznej dla pocisku. Omówiono metodę rozwiązania powyższego układu równań, bazującą na aproksymacji siły elektromagnetycznej i indukowanej siły elektromotorycznej ruchu przy pomocy zmodyfikowanych funkcji Klossa. Przedstawiono sposób implementacji równań w programie MATLAB/Simulink. Dokonano weryfikacji pomiarowej opracowanego modelu matematycznego, a następnie zrealizowano program badań symulacyjnych, charakteryzujący różne możliwości działania wyrzutni elektromagnetycznej zarówno w trybie przyciągania pocisku do lufy, jak i w trybie odpychania pocisku.

Przeprowadzone badania symulacyjne pokazują, że siła elektromotoryczna ruchu e_{mov}, indukowana w cewce wzbudzenia, ma istotny wpływ na przebieg prądu cewki wzbudzenia (rysunek 11 i rysunek 12).

Z porównania dwóch trybów pracy wyrzutni elektromagnetycznej z magnesem trwałym jako pociskiem (trybu odpychania – rysunek 14 i trybu przyciągania – rysunek 17) wynika wniosek, że korzystniejszym przypadkiem pracy wyrzutni jest tryb odpychania. Maksymalna prędkość wylotowa pocisku uzyskana w trybie odpychania wynosi 4,75 m/s, zaś maksymalna prędkość pocisku dla trybu przyciągania – zaledwie 1,6 m/s (wartość trzykrotnie mniejsza). Ponadto wykazano, że w trybie pracy przyciągania niezbędne jest przerwanie obwodu zasilania cewki wzbudzenia po minięciu przez pocisk środka cewki. Jeśli w takim trybie pracy wyrzutni prąd płynący w cewce wzbudzenia nie zostałby przerwany, wylotowa prędkość pocisku zmalałaby z wartości 1,6 m/s do jeszcze mniejszej wartości, wynoszącej 0,75 m/s (rysunek 16).

Przyjęto: 29.09.2025, **zaakceptowano:** 24.10.2025, **opublikowano:** 24.11.2025

LITERATURA

[1] Bartel S., Elektromagnetyczna pompa o programowalnej charakterystyce wydajności z synchronicznym silnikiem liniowym o magnesach trwałych, rozprawa doktorska, promotor prof. dr hab. inż. K. Kluszczyński, Politechnika Krakowska, Kraków (2023)
[2] Bartel S., Kluszczyński K., Analytical model of a cylindrical linear module with permanent magnet based on approximation functions, Archives of electrical engineering, 74 (2025), 291-309
[3] Bartel S., Kluszczyński K., Approximation of electromagnetic force axial distribution in „single excitation coil – permanent magnet runner" module based od modified Kloss function, Archives of electrical engineering, 73 (2024), 1013-1023
[4] Cheng B., The Design and Simulation of a Novel Electromagnetic Launcher with Permanent Magnet, IEEE/ASME International Conference on Mechanical Engineering and Robotics Research (ICMERR), Kraków, Polska (2022)
[5] Cheng B., The development of a novel coil gun with permanent magnet, IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM), Seattle, Washington, USA (2023)
[6] Domin J. Sprzężony model polowo-obwodowy wyrzutni elektromagnetycznej, praca doktorska, promotor prof. dr hab. inż. K. Kluszczyński, Wydział Elektryczny, Politechnika Śląska, Gliwice (2012)
[7] Domin J., Kluszczyński K., Hybrid electromagnetic launcher with pneumatic asist – influence of input supply data upon final velocity missile, 16th Internal Conference on Research and Education in Mechatronics (REM), Bochum (2015)
[8] Domin J., Kluszczyński K., Hybrid pneumatic-electromagnetic launcher – general concept, mathematical model and results of simulation, Przegląd Elektrotechniczny, 89 (2013), nr 12, 21-25
[9] Egeland A., Leer E., Professor Kr. Birkeland: His Life and Work, IEEE Transactions on Plasma Science, 14 (1986), No. 6
[10] Fair H. D., Guest Editorial the Past, Present, and Furure of Electromagnetic Launch Technology and the IEEE International EML Symposia, IEEE Transaction on Plasma Science, 41 (2013), No. 5
[11] Fauchon-Villepee A., Electric apparatus for propelling projectiles, Opis patentowy US1421435, Stany Zjednoczone, 4 lipca 1922

[12] Hawke R. S., Railgun Accelerators for Gram-Sized Projectiles, IEEE Transactions on Nuclear Science, 28 (1981), No. 21
[13] Kaye R. i in., Induction coilfun for EM mortar, 16th IEEE International Pulsed Power Conference, Albaquerque (2007)
[14] Kluszczyński K., Domin J., Two module electromagnetic louncher with pneumatic assist: Modeling, computer simulations and laboratory investigations, COMPEL: The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering, 34 (2015), No. 3
[15] Kluszczyński K., Kroczek R., Domin J., Wyznaczanie optymalnych wymiarów cewki napędowej wyrzutni elektromagnetycznej, Maszyny Elektryczne – zeszyty problemowe, 3 (2015)
[16] Kluszczyński K., Makowski T., Generalized model of hybrid three-module launcher allowing for different configurations – general simulation studies, 20th Internal Conference on Research and Education in Mechatronics (REM), Wels (2019)
[17] Kluszczyński K., Makowski T., Modelowanie i właściwości wyrzutni hybrydowych, Kraków: Politechnika Krakowska im. Tadeusza Kościuszki, Wydaw. PK, (2021)
[18] Kroczek R., Metodologia projektowania zagadnienia konstrukcyjne, modelowanie oraz badania wyrzutni elektromagnetycznej o napędzie hybrydowym, praca doktorska, promotor prof. dr hab. inż. K. Kluszczyński, Wydział Elektryczny, Politechnika Śląska, Gliwice (2014)
[19] Li J., Cao R., Li S., The Development of EML Technology in China, IEEE Transaction on Plasma Science, 41 (2013), No. 5
[20] Makowski T., Hybrydowe wyrzutnie wielomodułowe – modelowanie, charakterystyki sterowania i analiza porównawcza, rozprawa doktorska, promotor prof. dr hab. inż. K. Kluszczyński, Politechnika Krakowska, Kraków (2019)
[21] McNab I. R., Early electric gun research, IEEE Transaction on Magnetics, 35 (1999), No. 1
[22] Putman P., Chapter 1 – Milestones in Canon Launch to Space, EM Launch Competitors' Guide, (2006)
[23] Raczyński Z., Model wyrzutni elektromagnetycznej, Szybkobieżne Pojazdy gąsienicowe, 1 (2007), nr 22
[24] Shirong Y. i in., A novel type rail-coil hybrid electromagnetic launcher, IEEE Transactio On Magnetics, 41 (2005), No. 1
[25] Święcicka A., Makowski T., Worwa M., Stanowisko laboratoryjne ze sterownikiem PLC do badania elektromagnetycznej wyrzutni typu coilgun z magnesem trwałym jako pociskiem, Elektronika, 9 (2024), 30-33
[26] Wokoun D., Beleggia M., Heller L., Magnetic guns with cylindrical permanent magnets, Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 324 (2012), 1715-1719
[27] Ying W., Marshall R. A., Shukang C., Physics of Electric Launch, Science Press, (2004)