PRZEGLĄD ELEKTROTECHNICZNY

OPEN ACCESS

[1]Piotr URBANEK, [2]Andrzej FRĄCZYK, [3]Zdzisława ROWIŃSKA
ORCID: [1]0000-0002-4435-9870; [2]0000-0001-8847-1808, [3]0000-0003-3527-8099
DOI: 10.15199/48.2025.11.31

Modelowanie transmitancyjne i eksperymentalna weryfikacja regulacji położenia wstęgi w systemie roll-to-roll z obiegiem zamkniętym

Transfer function modeling and experimental validation of web position control in a closed-loop roll-to-roll system

[1] dr inż. Andrzej Frączyk, Politechnika Łódzka, Instytut Informatyki Stosowanej, ul. Bohdana Stefanowskiego 18, 90–537 Łódź, E-mail: andrzej.fraczyk@p.lodz.pl
[2] dr inż. Piotr Urbanek, Politechnika Łódzka, Instytut Informatyki Stosowanej, ul. Bohdana Stefanowskiego 18, 90–537 Łódź, E-mail: piotr.urbanek@p.lodz.pl.
Adres do korespondencji: andrzej.fraczyk@p.lodz.pl

Streszczenie: Różne technologie przemysłowe wymagają, aby elastyczne wstęgi materiałów poddawane były procesom takim jak obróbka cieplna, drukowanie czy laminowanie, zazwyczaj w systemach typu roll-to-roll, gdzie precyzja ruchu decyduje o jakości produktu. Kluczowe znaczenie ma więc dokładne sterowanie zarówno ruchem wzdłużnym, jak i poprzecznym wstęgi. Zaprojektowanie właściwego systemu sterowania wymaga wnikliwej analizy układu technologicznego oraz precyzyjnego modelowania jego właściwości dynamicznych. W artykule przedstawiono model transmitancyjny systemu roll-to-roll z obiegiem zamkniętym taśmy bawełnianej, bazujący na opisie matematycznym układu otwartego. Wykazano, że system można efektywnie przedstawić za pomocą członu całkującego o pomijalnej bezwładności. Na podstawie tego modelu przeprowadzono symulacje regulacji położenia wstęgi z wykorzystaniem regulatora PI. Wynik symulacji porównano z wynikiem eksperymentu przeprowadzonym na półprzemysłowym stanowisku badawczym. Uzyskano zadowalającą zgodność wyników.

Słowa kluczowe: Systemy przewijania taśmy, kontrola prowadzenia taśmy, model transmitancyjny prowadzenia taśmy, regulacja PI

Abstract: Various industrial technologies require flexible material webs to undergo processes such as thermal treatment, printing, or laminating, typically within roll-to-roll systems, where the precision of web movement determines the quality of the final product. Therefore, accurate control of both longitudinal and lateral web movement is of critical importance. Designing an appropriate control system requires thorough analysis of the technological setup and precise modeling of its dynamic properties. This paper presents a transfer function model of a roll-to-roll system with closed-loop circulation of a cotton tape, based on the mathematical description of the open-loop configuration. It is shown that the system can be effectively represented by an integral component with negligible inertia. Based on this model, simulations of web position control using a PI controller were conducted. The simulation results were compared with experimental data obtained on a semi-industrial test rig, demonstrating satisfactory agreement.

Keywords: Roll-to-roll systems, Web guiding control, Transfer function modeling, PI regulation

Wprowadzenie

Systemy produkcyjne wykorzystujące przewijanie elastycznych wstęg materiałów, poddawanych procesom takim jak obróbka cieplna (np. suszenie), drukowanie czy laminowanie, określane są w literaturze naukowej jako systemy Roll-to-Roll (R2R) [1, 2, 3]. Badania nad tego typu systemami koncentrowały się głównie na modelowaniu i sterowaniu ruchem wzdłużnym (kierunek transportu) wstęgi. W wielu zastosowaniach sterowanie ruchem poprzecznym wstęgi (ruch prostopadły do kierunku transportu w płaszczyźnie wstęgi) ograniczało się zwykle do utrzymywania jej prawidłowego położenia na walcach podczas transportu. W ostatnich latach obserwuje się jednak rosnące zapotrzebowanie na bardzo precyzyjne prowadzenie różnych typów wstęg, np. polimerowych stosowanych w dziedzinie elastycznej elektroniki [3], gdzie wymagana jest wyjątkowo dokładna regulacja ruchu poprzecznego. Innym

przykładem jest druk R2R, w którym wiele cylindrów drukujących kolejno nanosi i rejestruje wzory na wstędze [1], co wymaga minimalizacji odchyłek w prowadzeniu wstęgi zarówno w kierunku wzdłużnym, jak i poprzecznym [4]. W innych systemach przewijania, takich jak produkcja papieru, w której wstęga jest wielokrotnie suszona i nawilżana, zmienne parametry fizyczne wstęgi – przede wszystkim naciąg, zmieniający się wraz z wilgotnością papieru – mają istotny wpływ na przemieszczenia poprzeczne [5]. Szeroki zakres zastosowań sprawia, że systemy R2R są ważne i interesujące z wielu perspektyw: pomiarowej [5], matematycznego modelowania [6] oraz powiązanych symulacji numerycznych [6, 7]. Zostały one także dostrzeżone w ośrodkach badawczych i przemysłowych zajmujących się automatyzacją procesów [8, 9].

W niniejszym artykule autorzy proponują system automatycznego sterowania zaprojektowany w celu minimalizacji przemieszczeń poprzecznych bawełnianej wstęgi poruszającej się w układzie zamkniętym. System wykorzystuje prosty i niskokosztowy system wizyjny w pętli sprzężenia zwrotnego.

Modelowanie dynamicznych przemieszczeń poprzecznych poruszającej się wstęgi

Pod koniec lat 60. Shelton [10] w swojej rozprawie doktorskiej zaproponował dynamiczny model zjawiska ugięcia i przemieszczeń poprzecznych poruszającej się wstęgi. Model zakładał traktowanie wstęgi pomiędzy walcami jako statycznej, bezmasowej belki (lub struny), którą można opisać ogólnym równaniem Eulera–Bernoulliego w postaci [10, 11]:

(1) $$EI\frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} - T\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = 0$$

gdzie: $y(x,t)$ – przemieszczenie poprzeczne jako funkcja położenia wzdłużnego x czasu t,
EI – sztywność na zginanie (E – moduł Younga, I – geometryczny moment bezwładności przekroju),
T – siła naciągu rozciągająca wstęgę wzdłuż osi.

Po przekształceniu równania (1) model przyjmuje postać:

(2) $$\frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} - K^2\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = 0$$

gdzie $K^2 = \frac{T}{EI}\ [1/m^2]$

Ogólne rozwiązanie takiego równania opisuje przemieszczenie poprzeczne wstęgi:

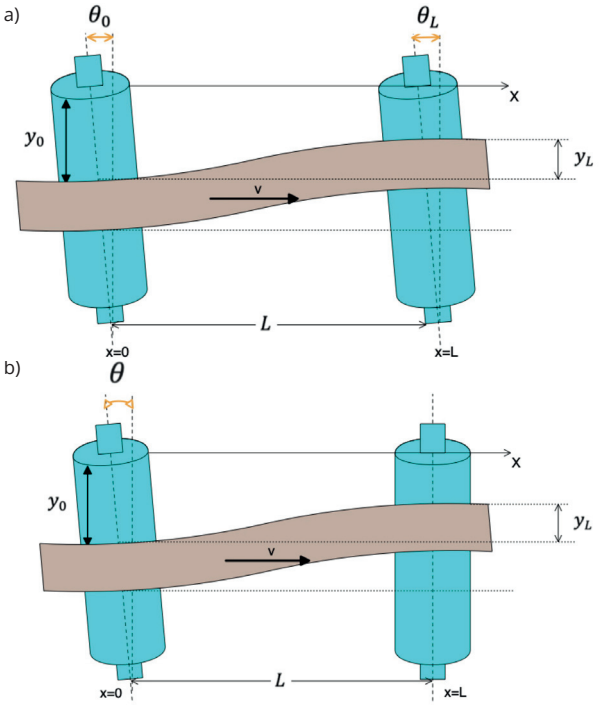
(3) $$y(x,t) = C_1\sinh(Kx) + C_2\cosh(Kx) + C_3x + C_4$$

Aby wyznaczyć współczynniki C_1, C_2, C_3, C_4, wykorzystano cztery warunki brzegowe. Zazwyczaj przyjmuje się początkowe położenie poprzeczne wstęgi (y) oraz jej nachylenie ($\theta = \partial y/\partial x$) na obu końcach. Te dwie wielkości zakłada się jako znane i określone na początku (y_0, θ_0) oraz na końcu (y_L, θ_L) wstęgi:

(4a) $$y(0,t) = y_0(t), \frac{\partial y}{\partial x}(x,t)\,|_{x=0} = \theta_0(t)$$

(4b) $$y(L,t) = y_L(t), \frac{\partial y}{\partial x}(x,t)\,|_{x=L} = \theta_L(t)$$

W pracach [1, 10] przedstawiono analizę przemieszczeń poprzecznych wstęgi poprzez badanie modelu z jednym (lub dwoma) poruszającymi się walcami w układach typu RPG (*Remotely Pivoted Guide*) oraz OPG (*Offset Pivot Guide*). Ogólną zależność pomiędzy nachyleniem wstęgi a jej przemieszczeniem poprzecznym na walcu przedstawiono na rys. 1a i 1b.



Rys. 1. Fragment wstęgi pokazujący przemieszczenie wynikające z kątowego obrotu walca prowadzącego: a) układ z walcami RPG i OPG, b) układ z walcem RPG i walcem stałym [1, 11].

Poprzeczne prędkości i przyspieszenia wstęgi podane zostały przez Sheltona:

(5) $$\frac{\partial y_L(t)}{\partial t} = v[\theta_L(t) - \frac{\partial y(x,t)}{\partial x}\,|_{x=L}] + \frac{\partial z_L(t)}{\partial t}$$

(6) $$\frac{\partial^2 y_L(t)}{\partial t^2} = v^2\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2}\,|_{x=L} + \frac{\partial^2 z_L(t)}{\partial t^2}$$

gdzie: z_L oznacza liniową zmianę położenia walca prowadzącego.

Zasada normalnego wejścia (*normal entry rule*) stanowi podstawę sterowania położeniem poprzecznym wstęgi, gdzie sterowany walec prowadzący reguluje swój obrót i przesunięcie. Odpowiedź poprzeczną analizuje się dla dwóch przypadków: walców prowadzących ($z_L \neq 0$, $\theta_L \neq 0$) pokazanych na rys. 1a oraz walców stałych ($z_L = 0$, $\theta_L = 0$) pokazanych na rs. 1b. Całkowitą analizę uzyskuje się poprzez zastosowanie zasady superpozycji. Podstawienie drugiej pochodnej równania (3) względem do równania (6) oraz zastąpienie kąta wstęgi θ_L wyrażeniem pochodzącym z równania (5) prowadzi do równania opisującego dynamikę układu. Jego transformata Laplace'a względem czasu daje odpowiedź poprzeczną wstęgi na walcu znajdującym się za punktem wejściowym dla różnych wymuszeń [7]:

$$Y_L(s) = \frac{-\frac{f_3(KL)}{\tau}s + \frac{f_1(KL)}{\tau^2}}{D(s)} Y_0(s) + \frac{\frac{vf_3(KL)}{\tau}}{D(s)} \theta_0(s) + \\ + \frac{\frac{vf_2(KL)}{\tau}}{D(s)} \theta_L(s) + \frac{\frac{f_3(KL)}{\tau}s}{D(s)} z_0(s) + \frac{s^2 + \frac{f_2(KL)}{\tau}s}{D(s)} z_L(s) \tag{7}$$

gdzie funkcje $f_{1,2,3}$ (KL)są kombinacjami funkcji hiperbolicznych zależnych od iloczynu KL, wynikającymi z rozwiązania równania (6), i podane są wzorami:

$\tau = L/v$ $[s]$ – stała czasowa wstęgi,

$f_1(KL) = (KL)^2 \frac{\cosh(KL) - 1}{\Delta f}$,

$f_2(KL) = KL \cdot \frac{KL(\cosh(KL) - \sinh(KL))}{\Delta f}$,

$f_3(KL) = KL \cdot \frac{\sinh(KL)}{\Delta f}$,

$D(s) = s^2 + \frac{f_2(KL)}{\tau}s + \frac{f_1(KL)}{\tau^2}$ $[1/s^2]$.

gdzie: $\Delta f = Kl\sinh(KL) + 2(1 - \cosh(KL))$

We wszystkich powyższych równaniach, z wyjątkiem pierwszej i ostatniej wielkości, pozostałe są bezwymiarowe.

Półprzemysłowy system prowadzenia i suszenia taśmy bawełnianej

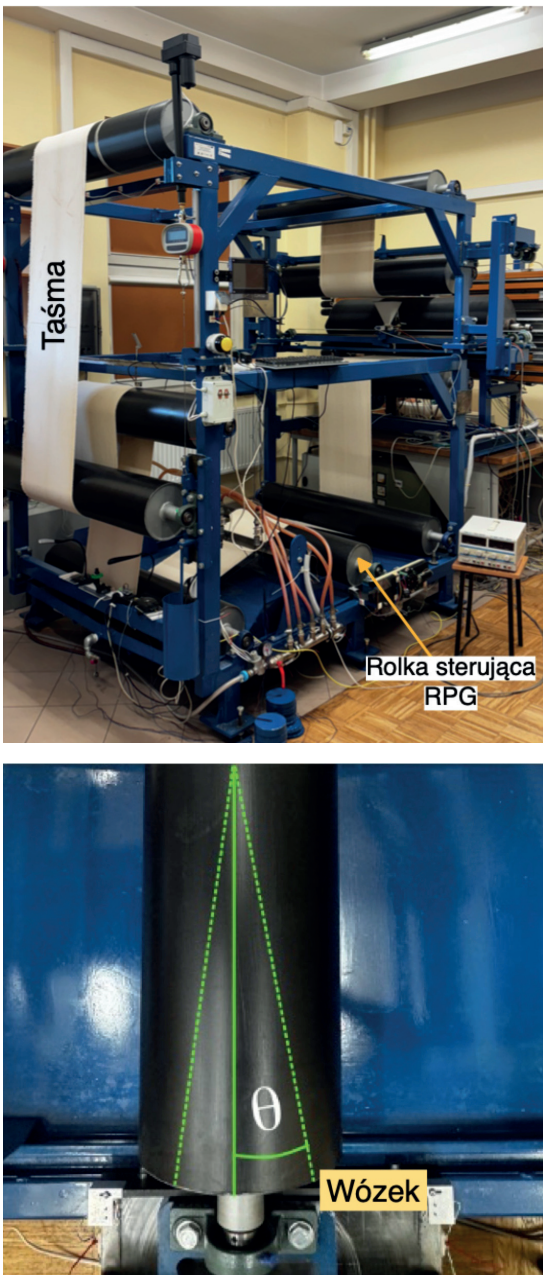
Przedstawione wyżej rozważania dotyczą tzw. otwartych systemów R2R, tj. takich, w których wstęga jest odwijana z jednego walca i nawijana na inny, nigdy nie wracając do obiegu. W pracy tej analizowany jest przypadek sterowania prowadzeniem wstęgi podczas jej cyrkulacyjnego ruchu w systemie zamkniętym. Tego typu półprzemysłowy system został opracowany we współpracy z przemysłem papierniczym w Instytucie Informatyki Stosowanej Politechniki Łódzkiej. Służy on do badań praktycznych nad wysokiej jakości suszeniem strefowym papieru z zastosowaniem indukcyjnie nagrzewanego, obracającego się stalowego cylindra, co pozwala na uzyskanie wysokiej jakości produktu końcowego przy jednoczesnym znacznym zmniejszeniu zużycia energii i całkowitych kosztów produkcji [2, 12, 13].

System ten wykorzystuje innowacyjną metodę indukcyjnego nagrzewania obracającego się stalowego cylindra. Energia dostarczana do cylindra generowana jest przez induktory zasilane prądem wysokiej częstotliwości (HF), produkowanym przez źródła tyrystorowe [14, 15]. W celu zapewnienia pożądanego rozkładu temperatury cylindra, a tym samym rozkładu wilgotności suszonej wstęgi, zastosowano zaawansowane algorytmy sterowania temperaturą jego powierzchni [16, 17, 18, 19].

Ogólny widok systemu przedstawiono na rysunku 2.

a)

b)



Rys. 2. Ogólny widok systemu prowadzenia taśmy (a), zakres kąta odchylenia walca prowadzącego θ walca RPG (b).

Półprzemysłowy system prowadzenia i nagrzewania wstęgi wyposażony jest m.in. w kamerę CCD połączoną z mikrokomputerem *Raspberry Pi 4*, która rejestruje obrazy poruszającej się wstęgi. Ramki obrazu są wstępnie analizowane, a aktualne położenie wstęgi porównywane jest z wartością zadaną (*TP_set*). Różnica pomiędzy tymi wartościami przetwarzana jest przez wybrany algorytm sterowania uruchomiony na komputerze PC, który wysyła sygnał cyfrowy do serwonapędu sterującego wózkiem zmieniającym kąt θ walca odpowiedzialnego za zmianę poprzecznego prowadzenia wstęgi.

Schemat blokowy przedstawionego systemu sterowania pokazano na rys. 3.

Z punktu widzenia wcześniejszych badań nad otwartymi systemami nawijania typu Roll-to-Roll, system prowadzenia wstęgi w pętli zamkniętej charakteryzuje się innymi właściwościami dynamicznymi ruchu w kierunku poprzecznym do ruchu wstęgi. W kolejnym rozdziale przedstawiono analizę charakterystyk dynamicznych systemu prowadzenia wstęgi w układzie zamkniętym.

Właściwości dynamiczne systemu prowadzenia wstęgi w układzie zamkniętym

Przy założeniu braku zewnętrznych zakłóceń działających na układ walców (ilustrowany na rys. 2a), przemieszczenie poprzeczne wstęgi zależy wyłącznie od jej początkowego położenia oraz kąta odchylenia walca prowadzącego. W takich warunkach przemieszczenie wstęgi można zapisać jako [3]:

$$Y_L(s) = \frac{-\frac{f_3(KL)}{\tau}s + \frac{f_1(KL)}{\tau^2}}{D(s)} Y_0(s) + \frac{\frac{vf_3(KL)}{\tau}}{D(s)} \theta_0(s) \tag{8}$$

W analizowanym układzie zakładamy, że położenie wstęgi zależy wyłącznie od zmiany kąta walca prowadzącego, tj. brak jest zakłóceń. Dla uproszczenia przyjęto:

$$a = \frac{f_3(KL)}{\tau} \left[\frac{1}{sec}\right] \tag{9}$$

$$b = \frac{f_1(KL)}{\tau^2}, \left[\frac{1}{sec^2}\right]$$

$$c = \frac{f_2(KL)}{\tau}, \left[\frac{1}{sec}\right]$$

$$d = \frac{vf_3(KL)}{\tau}, \left[\frac{m}{sec^2}\right]$$

Równanie (8) przyjmuje wtedy postać:

$$y_L(s) = \frac{-as+b}{s^2+cs+b} y_0(s) + \frac{d}{s^2+cs+b} \theta_0(s) \; [m] \tag{10}$$

Ponieważ analizowany układ prowadzenia wstęgi jest zamknięty, co implikuje warunek, proste przekształcenie równania (8) prowadzi do transmitancji układu:

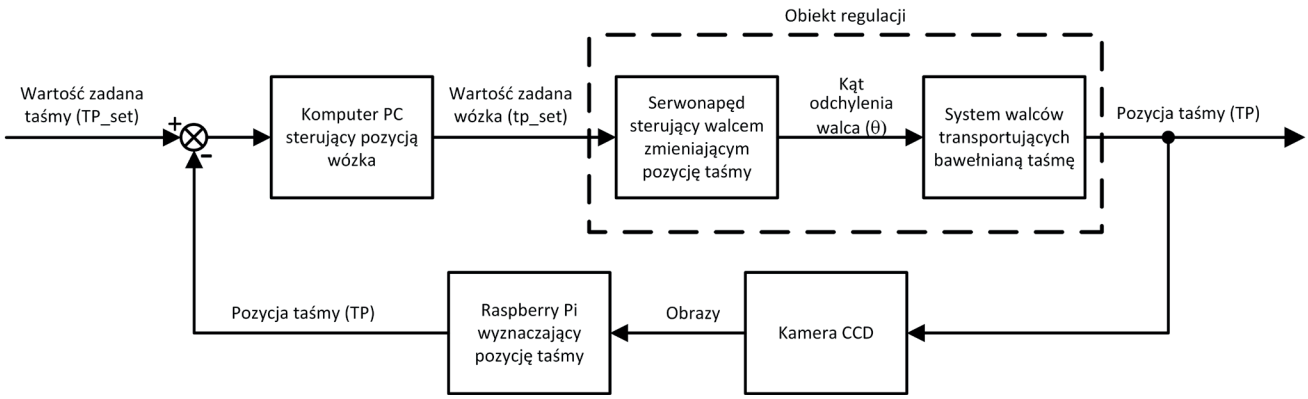
$$G(s) = \frac{Y_L(s)}{\theta_0(s)} = \frac{\frac{d}{s^2+cs+b}}{1-\frac{-as+b}{s^2+cs+b}} = \frac{d}{s} \cdot \frac{1}{s+(a+c)} = \frac{d}{a+c} \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{Ns+1} = K_0 \cdot G_0(s) \cdot G_1(s) \tag{11}$$

gdzie:
K_0 – wzmocnienie układu,
$G_0(s)$ – część całkująca transmitancji,
$G(s)$, $G_1(s)$– część inercyjna transmitancji $G(s)$ o stałej czasowej N.

Dla analizowanego układu przyjęto następujące wartości współczynników:

Tabela 1. Przyjęte wartości współczynników

Nazwa współczynnika	Wartość	Jednostka
$KL = 1.08\sqrt{448/6e8}$	$2{,}94 \cdot 10^{-4}$	–
τ	17,40	s
a	$1{,}01 \cdot 10^{7}$	1/s
b	$2{,}50 \cdot 10^{-2}$	$1/s^2$
c	$1{,}01 \cdot 10^{7}$	1/s
d	$6{,}48 \cdot 10^{6}$	m/s^2

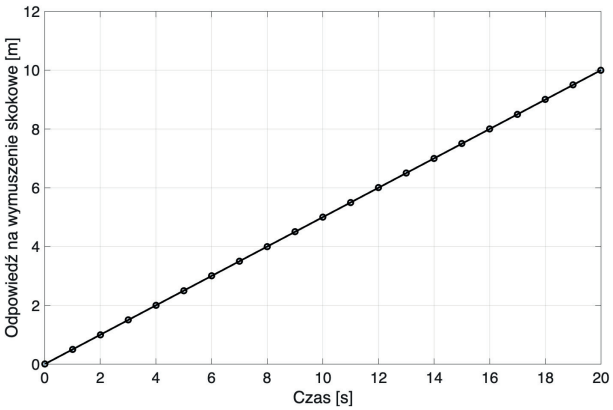


Rys. 3. Schemat blokowy układu sterowania położeniem wstęgi w pętli zamkniętej.

Podstawiając powyższe wartości do równania (11), można wyznaczyć ostateczną postać transmitancji:

$$G(s) = \frac{6.48e6}{2\,01e7} \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{4\,96e(-8) \cdot s + 1} \approx \frac{0.32}{s} \left[\frac{m}{sec \cdot rad}\right] \tag{12}$$

Odpowiedź na wymuszenie skokowe transmitancji podanej równaniem 12 przedstawia rys. 4.



Rys. 4. Odpowiedź na wymuszenie skokowe transmitancji.

Transmitancja (12) w rzeczywistości reprezentuje blok całkujący, obejmujący część całkującą oraz inercyjny filtr pierwszego rzędu. Jednakże, ponieważ czas próbkowania w analizowanym systemie sterowania cyfrowego (kilkanaście sekund) jest o kilka rzędów większy od wyznaczonej powyżej stałej czasowej N, człon inercyjny $G_1(s)$ transmitancji $G(s)$ można pominąć. Ostatecznie, przedstawiona analiza teoretyczna prowadzenia taśmy w układzie zamkniętym (rys. 2a) dowodzi, że jego transmitancja ma charakter czysto całkujący. Rzeczywiste wartości parametrów transmitancji zostaną wyznaczone eksperymentalnie w kolejnym rozdziale.

Eksperymentalna identyfikacja parametrów modelu

Jak wykazano w powyższym rozdziale, ze względu na specyfikę zamkniętego układu taśmy bawełnianej, jego właściwości dynamiczne znacząco różnią się od układu z taśmą w pętli otwartej. Ze względu na sposób fizycznej realizacji kąta θ, dynamikę analizowanego układu (równanie 11) można modelować blokiem całkującym, którego wejściem (rys. 2) jest pozycja wózka (tp) walca sterującego położeniem poprzecznym taśmy bawełnianej (w zakresie 0–400 000 kroków), a wyjściem jest położenie taśmy (TP) wzdłuż tworzącej walca (w mm). Pozycję kątową walca można zapisać jako, gdzie $\theta_0 = k \cdot tp$, gdzie $k = 1.84 \cdot 10^{-8}$ [rad/krok] wynika z parametrów geometrycznych układu.

Transmitancję przyjętego modelu można więc zapisać:

$$G(s) = \frac{Y_L(s)}{\theta_0(s)} = K_0 \cdot \frac{1}{s} = \frac{TP(s)}{k \cdot tp(s)} = \frac{K}{k} \cdot \frac{1}{s} \tag{13}$$

gdzie K jest wzmocnieniem członu całkującego.

Podstawiając za kąt odchylenia walca θ iloczyn ($tp \cdot k$) oraz korzystając z wartości parametrów literaturowych przedstawionych w tabeli 1 i przyjętych w równaniu (12), wyznaczono wartość, zgodnie z zależnością (14):

$$K = K_0 \cdot k = 7.18e - 9\ [m/(s \cdot krok)] \tag{14}$$

Odpowiedź czasowa członu całkującego o wzmocnieniu K na wymuszenie skokowe o amplitudzie ($tp - tp_0$) ma postać:

$$TP(t) = K \cdot (tp - tp_0) \cdot t \tag{15}$$

gdzie $TP(t)$ oznacza położenie taśmy bawełnianej wzdłuż tworzącej walca, a tp_0 jest pozycją wózka, dla której taśma nie zmienia swojego położenia poprzecznego.

Jednocześnie wartość $TP(t)$ w równaniu (11) można zapisać jako:

$$TP(t) = v \cdot t \tag{16}$$

gdzie v jest prędkością poprzeczną taśmy TP dla danej pozycji wózka tp:

$$v = f(tp) \tag{17}$$

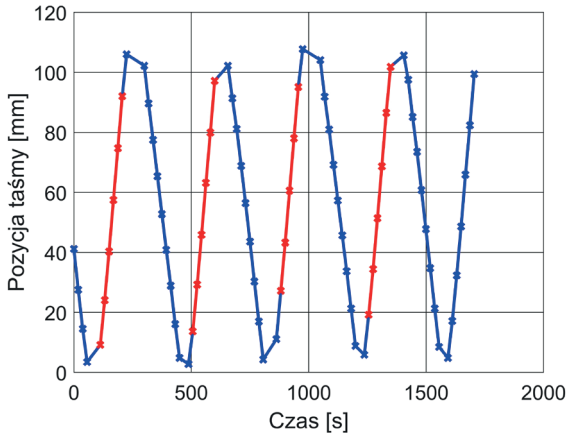
Z równań (15) i (16) po prostych przekształceniach otrzymujemy:

$$K = \frac{v}{tp - tp_0} \tag{18}$$

Z równania (18) wynika, że aby wykazać całkujący charakter badanego obiektu, należy pokazać stałość stosunku pomiędzy szybkością zmiany położenia poprzecznego taśmy a wartością ($tp - tp_0$), co jednocześnie pozwala na wyznaczenie wzmocnienia modelu.

W tym celu przeprowadzono serię eksperymentów, aby określić zależność pomiędzy szybkością zmiany położenia poprzecznego taśmy (tj. współczynnikiem v z równania 18) a pozycją wózka tp, który przesuwa walec sterujący położeniem taśmy. Pomiary wykonywano poprzez cykliczne zmienianie pozycji wózka pomiędzy dwiema ustalonymi wartościami, a następnie wyznaczanie wartości szybkości zmiany poprzeczne-

go położenia taśmy w stanie ustalonym, wykorzystując prostoliniowe fragmenty przebiegów czasowych. Przykładowy pomiar przedstawiono na rysunku 5.



Rys. 5. Przykład pomiaru zależności pomiędzy prędkością poprzeczną taśmy a pozycją wózka (czerwone punkty oznaczają wartości użyte do wyznaczenia dla danej pozycji wózka).

Aby wykazać stałość stosunku (18), konieczne jest również wyznaczenie wartości $v = f(tp)$. W tym celu wykonano regresję liniową danych z rys. 5, aby wyznaczyć równanie linii aproksymującej i określić wartość tp, dla której $v = 0$ mm/s. Na podstawie danych eksperymentalnych otrzymano linię aproksymującą $v = 7{,}92 \cdot 10^{-6} \cdot tp - 0{,}95$:

Otrzymana wartość tp_0 wynosi 120 083 kroki.

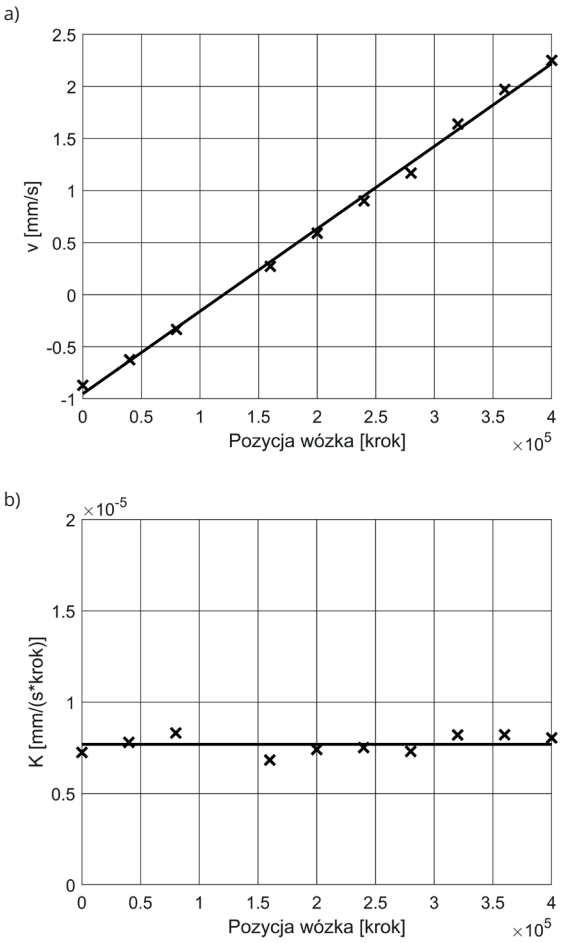
Uzyskane wyniki pomiarów przedstawiono na rys. 6

Z porównania współczynnika K = $7{,}68 \cdot 10^{-6}$ [$m/s \cdot krok$)] wyznaczonego doświadczalnie z wartością obliczoną z równania (10) wynika wysoka zgodność wartości wzmocnień uzyskanych obliczeniowo i eksperymentalnie.

Ostatecznie, aby potwierdzić, że dynamikę obiektu można modelować jako człon całkujący, należy wykazać, że pozycja wózka nie wpływa na wartość wzmocnienia K z równania (18). Wartości wzmocnienia obliczone zgodnie z równaniem (18) w funkcji pozycji wózka przedstawiono na rysunku 6b, który dowodzi brak zależności wzmocnienia K od pozycjonowania walca prowadzącego taśmę. Potwierdza to zasadność modelowania obiektu jako całkującego względem pozycji wózka tp. Z obliczeń wynika, że wzmocnienie modelu całkującego badanego obiektu wynosi $7{,}68 \cdot 10^{-6}$ mm/($s \cdot krok$).

W trakcie badań stwierdzono, że parametry modelu K i tp_0 zależą od naciągu taśmy bawełnianej. Zależności te przedstawiono na rysunkach 7a i 7b.

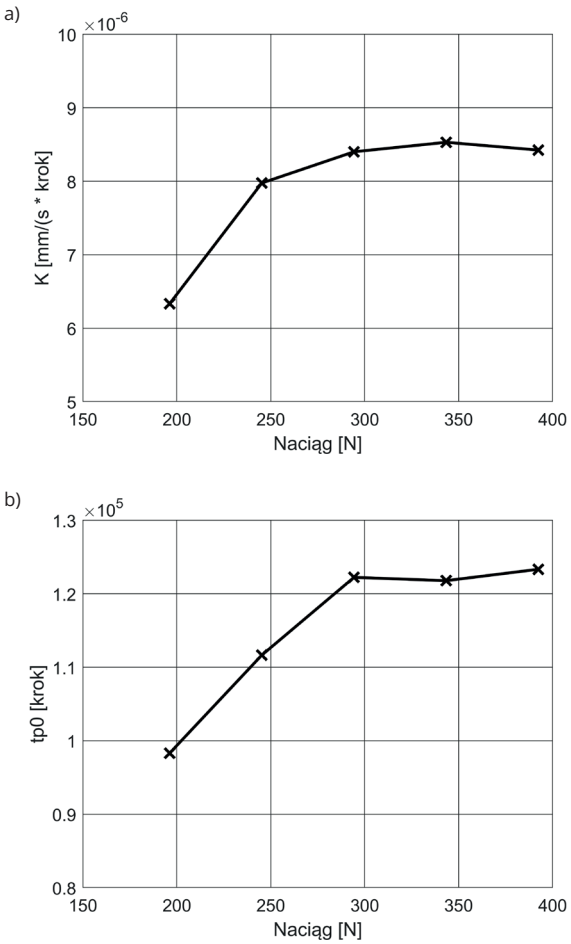
Aby zweryfikować poprawność modelu teoretycznego oraz określonego na tej podstawie wyznaczonego eksperymentalnie współczynnika wzmocnienia K



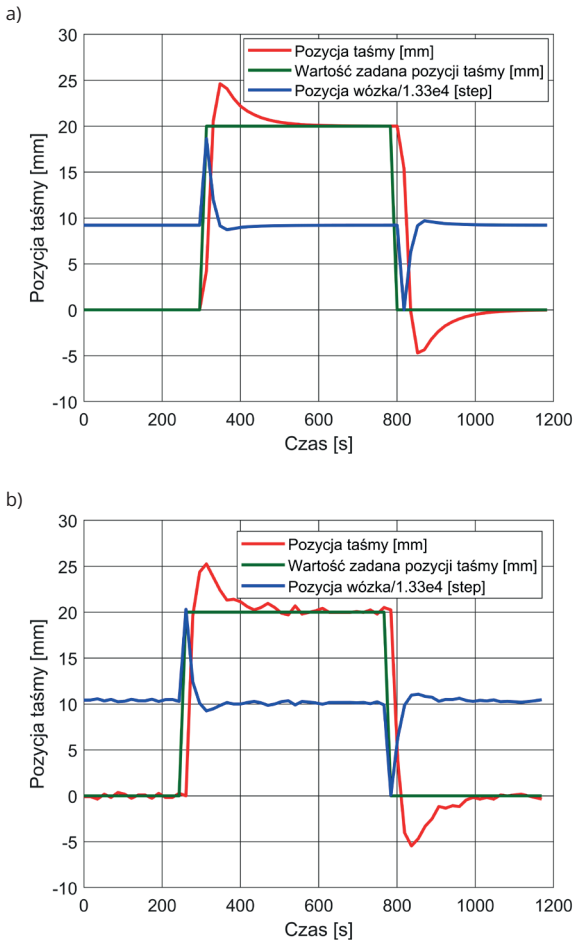
Rys. 6. Zależność pomiędzy: (a) szybkością zmiany położenia poprzecznego taśmy a pozycją wózka oraz (b) wzmocnieniem modelu całkującego a pozycją wózka.

przeprowadzono badanie działania zamkniętego układu regulacji położenia taśmy sterowanego regulatorem proporcjonalno-całkującym *PI*. Badania przeprowadzono dla skokowej zmiany wartości zadanej położenia taśmy od 0 do 20 mm. Parametry regulatora zostały wyznaczone przy użyciu programu „System Identification" wchodzącym w skład pakietu Matlab zapewniając kompromis pomiędzy czasem ustalania wartości zadanej a przeregulowaniem. Wartości współczynnika wzmocnienia regulatora wyniosły: $K_r = 6000$ [krok/mm], $T_i = 70$ [krok/mm/s], gdzie K_r to wzmocnienie a T_i czas całkowania regulatora.

Eksperymenty zostały przeprowadzone na stanowisku badawczym przedstawionym na rysunku 2. Na początku eksperymentu dokonano kalibracji kamery CCD. Konieczne było również ustawienie odpowiedniego naciągu taśmy w celu uniknięcia poślizgu. Następnie uruchomiono na komputerze PC algorytm sterowania odpowiedzialny za pozycjonowanie wózka. Oprócz pełnienia funkcji głównego regulatora, komputer ten również rejestrował dane pomiarowe i w czasie rzeczywistym wyświetlał przebiegi cza-



Rys. 7. (a) Zależność wzmocnienia K od naciągu wstęgi, (b) Zależność wartości tp_0 od naciągu wstęgi.



Rys. 8. Wyniki symulacji regulacji położenia taśmy za pomocą regulatora PI dla skokowej zmiany wartości zadanej. a) wyniki symulacji, b) wyniki eksperymentu

sowe kluczowych zmiennych układu rejestrowanych podczas eksperymentu.

Wyniki symulacji oraz eksperymentu na rzeczywistym obiekcie dla skokowej zmiany wartości zadanej z 0 do 20 mm przedstawia rysunek 8.

Z porównania symulacji oraz eksperymentu widać, że określony teoretycznie model obiektu sterowania jako członu całkującego jest poprawny.

Wnioski

Artykuł przedstawia problem sterowania poprzecznym położeniem taśmy bawełnianej, gdzie kluczowym aspektem były dynamiczne właściwości układu oraz jego modelowanie przy użyciu członu całkującego. Takie podejście wynikało ze specyficznego zachowania badanego systemu – związanego z zamkniętym charakterem ruchu taśmy – co prowadzi do zasadniczo odmiennej dynamiki w porównaniu z układami o torze taśmy typu „open-loop".

Badania rozpoczęto od przeglądu literatury i szczegółowego opisu dynamiki taśmy obiegającej walce, co umożliwiło dokładną identyfikację parametrów dynamicznych układu. Wykazano, że dynamikę badanego systemu można skutecznie przedstawić za pomocą modelu całkującego ze wzmocnieniem *K*, co potwierdzono eksperymentalnie, mierząc szybkość zmian położenia poprzecznego taśmy w odniesieniu do położenia wózka sterującego (*tp*). Kluczową hipotezą było wykazanie stałości stosunku pomiędzy szybkością zmiany położenia poprzecznego taśmy a różnicą pomiędzy położeniem wózka a punktem neutralnym (w którym położenie poprzeczne taśmy nie ulega zmianie). Wyniki eksperymentalne potwierdziły całkujący charakter systemu ze wzmocnieniem równym $7{,}68 \cdot 10^{-6}$ mm/(s·krok).

Poprawność modelu zweryfikowano na modelu symulacyjnym oraz badaniach eksperymentalnych zamkniętego układu regulacji położenia taśmy wykorzystującego regulator proporcjonalno-całkujący PI.

Przyjęto: 23.10.2025, **zaakceptowano:** 07.11.2025, **opublikowano:** 24.11.2025

LITERATURA

[1] Seshadri, A.; Pagilla P.R; Pramod R. Raul. Analysis and Minimization of Interaction in Decentralized Control Systems with Application to Roll-to-Roll Manufacturing. IEEE Transactions on Control Systems Technology. 2014.
[2] Zhang Y, Zhang H., Yan Y. and Zhu P. Dynamic Induction Heating Temperature Field Analysis of Spiral Bevel Gears. Appl. Sci. 2022, 12, 10018. https://doi.org/10.3390/app121910018
[3] Pramod R. Raul; Prabhakar R. Pagilla. Design and implementation of adaptive PI control schemes for web tension control in roll-to-roll (R2R) manufacturing. ISA Transactions. 2014
[4] B.V. Ramarao, Moisture sorption and transport processes in paper materials, Empire State Paper Research Institute SUNY College of Environmental Science and Forestry Syracuse, New York 13210 USA, 2007
[5] Kim J. at al. Experimental Validation of High Precision Web Handling for a Two-Actuator-Based Roll-to-Roll System. Sensors 2022, 22, 2917. https://doi.org/10.3390/s22082917.
[6] Kee-Hyun Shin, Soon-Oh Kwon, Sang-Hoon Kim, Seung--Ho Song. Feedforward Control of the Lateral Position of a Moving Web Using System Identification. Ieee Transactions On Industry Applications, Vol. 40, No. 6, November/December 2004
[7] Aravind Seshadri, Prabhakar R. Pagilla, „A fiber optic sensor for web edge detection", Proc. SPIE 6529, Sensors and Smart Structures Technologies for Civil, Mechanical, and Aerospace Systems 2007.
[8] Seshadri, A., and Pagilla, P. R., 2013, "Modeling Print Registration in Roll-to-Roll Printing Presses, " ASME J. Dyn. Syst., Meas., Control, 135 (3), p. 031016.
[9] Edison O. Cobos Torres and Prabhakar R. Pagilla, 2018, „Modeling and Control of Web Lateral Dynamics in Roll--to-Roll" Annual American Control Conference (ACC), June 27–29, 2018. Wisconsin Center, Milwaukee, USA
[10] Shelton, J. J., 1968, "Lateral Dynamics of a Moving Web, " Ph.D. dissertation, Oklahoma State University, Stillwater, Ok.
[11] Edison O. Cobos Torres, Prabhakar R. Pagilla, 2018, „Spatially Dependent Transfer Functions for Web Lateral Dynamics in Roll-to-Roll Manufacturing", Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control. Vol. 140.
[12] Aravind Seshadri, Prabhakar R. Pagilla, „Adaptive control of web guides", Control Engineering Practice 20, 2012.
[13] Frączyk A.; Urbanek P.; Kucharski J. Dryness control of a moving cotton ribbon by induction heating of rotating steel cylinder. 978–1–5386–8255–5/18/$31.00 ©2018 IEEE
[14] Urbanek P, Frączyk A, Kucharski J. Semi-industrial laboratory setup for measuring and control of humidity of moving cotton band dried by induction-heated rotating steel cylinder. 978–1–5386–8255–5/18/$31.00 ©2018 IEEE.
[15] Frania K.; Kierepka K.; Kasprzak M.; Zimoch P. Single Three-Phase Inverter for Dual-Frequency Induction Heating. Energies 2024.
[16] Mansoor G.; Che Y. Experimental Design of an Innovative Electromechanical System for Induction Heating-Based Air Heating: Exploring Temperature Dynamics and Energy Efficiency. Energies 2023.
[17] Ledakowicz S.; Piddubniak O. Temperature Distribution in a Finite-Length Cylindrical Channel Filled with Biomass Transported by Electrically Heated Auger by and, Energies 2023.
[18] Wang Y.; Xu P.; Zhang Z.; Yang J.; Song J.; Li X.; He Q. Control Optimization for Heat Source Temperature of Vacuum Belt Drying System Based on Fuzzy Control and Integral Control. Energies 2024
[19] Jamil A. A. at all. Fractional-Order PID Controllers for Temperature Control: A Review. Energies 2022